

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

8 Punkte

Betrachten Sie folgende Version von *LRU*: Jede Seite p aus der Menge der Seiten erhält ein Gewicht $w(p)$, welches zu Beginn null ist. Wird eine Seite $\sigma_i = p$ zum Zeitpunkt i angefragt, setzen wir $w(p) = k$. Für alle Seiten q mit $w(q) > 0$ verringern wir das Gewicht um 1. Der Cache enthalte in jedem Schritt genau die Seiten q mit $w(q) > 0$. Zeigen Sie:

- Der Algorithmus entspricht dem Algorithmus *LRU* aus der Vorlesung.
- Beweisen Sie mithilfe der Potentialfunktion $\Phi_i = \sum_{p \in C_{LRU}^i \setminus C_{OPT}^i} w(p)$, dass *LRU* k -kompetitiv ist, wobei C_{LRU}^i bzw. C_{OPT}^i den jeweiligen Cache nach der aktuellen Anfrage i bezeichnet.

Aufgabe 3.2

8 Punkte

Der Beweis von Theorem 2.12 verwendet eine Sequenz σ , die auf $k + m$ paarweise verschiedene Seiten zugreift. Um zu zeigen, dass *RANDOM* für kein $r < k$ einen kompetitiven Faktor von r erreicht, muss dafür m beliebig groß gewählt werden dürfen. Damit bleibt offen, welchen kompetitiven Faktor *RANDOM* auf Sequenzen besitzt, die nur auf eine beschränkte Anzahl an verschiedenen Seiten zugreifen.

Modifizieren Sie den Beweis von Theorem 2.12 so, dass die verwendete Sequenz σ nur auf $k + 1$ paarweise verschiedene Seiten zugreift.

Aufgabe 3.3

8 Punkte

Im Beweis von Theorem 2.14 wird gezeigt, dass kein randomisierter Online-Algorithmus einen besseren kompetitiven Faktor als H_k erreicht, nicht einmal auf Sequenzen, die nur auf $k + 1$ verschiedene Seiten zugreifen.

Zeigen Sie, dass *MARK* auf solchen Sequenzen H_k -kompetitiv (und damit ein optimaler randomisierter Online-Algorithmus auf solchen Sequenzen) ist.