

Offline Bewegungsplanung: Translation und Rotation

Elmar Langetepe
University of Bonn

Jetzt: Translation und Rotation!

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken
- Polygonale Szene, n Ecken

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken
- Polygonale Szene, n Ecken
- Bewegung, Translation und Rotation gleichzeitig

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken
- Polygonale Szene, n Ecken
- Bewegung, Translation und Rotation gleichzeitig
- Startpunkt S , Endpunkt T

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken
- Polygonale Szene, n Ecken
- Bewegung, Translation und Rotation gleichzeitig
- Startpunkt S , Endpunkt T
- Kollisionsfreie Bewegung?

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken
- Polygonale Szene, n Ecken
- Bewegung, Translation und Rotation gleichzeitig
- Startpunkt S , Endpunkt T
- Kollisionsfreie Bewegung?
- Wie aufwendig ist die Berechnung? Untere Schranke!

Jetzt: Translation und Rotation!

- Konvexer Roboter, m Ecken
- Polygonale Szene, n Ecken
- Bewegung, Translation und Rotation gleichzeitig
- Startpunkt S , Endpunkt T
- Kollisionsfreie Bewegung?
- Wie aufwendig ist die Berechnung? Untere Schranke!
- Kann ich einen Weg angeben? Obere Schranke!

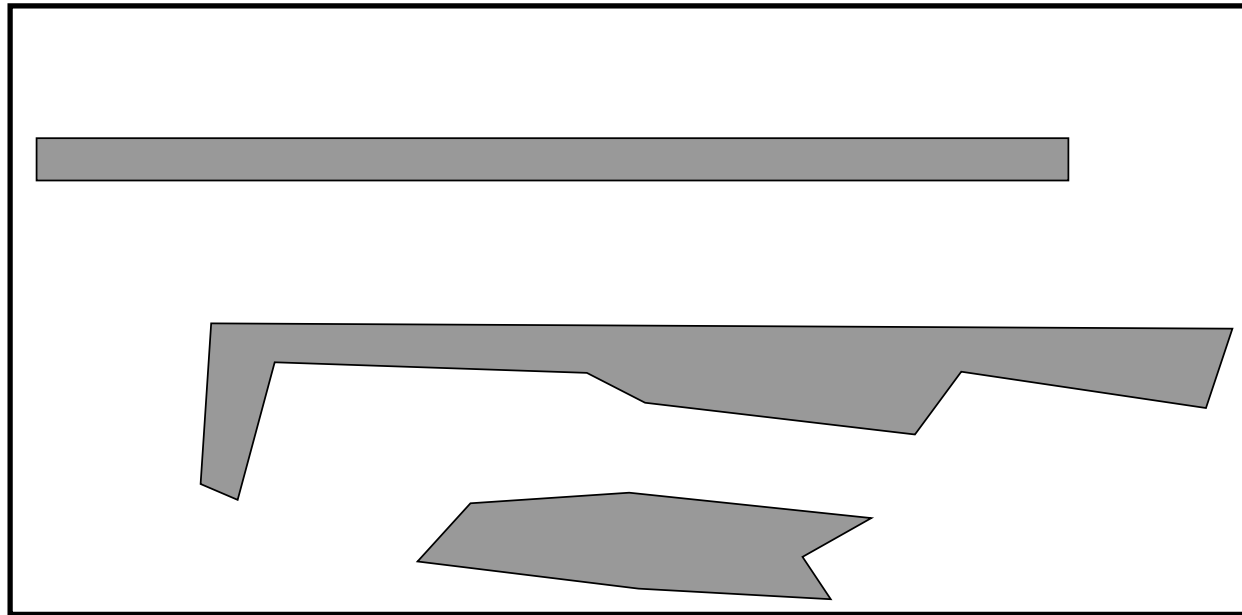
Kapitel 2.3 Beispiel!

Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation

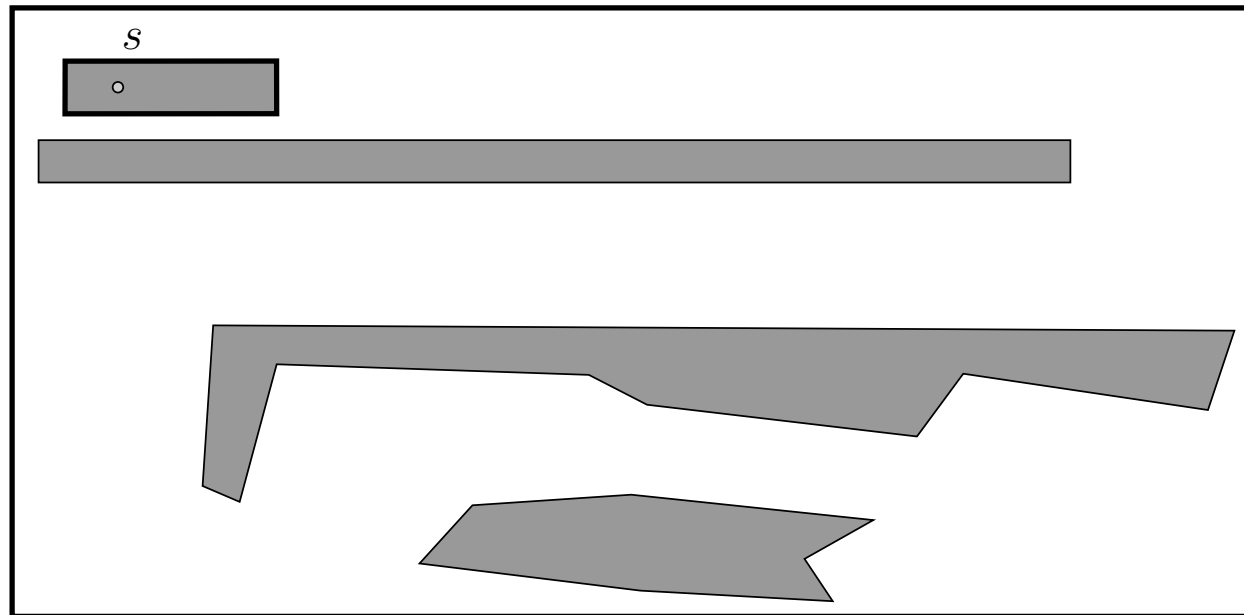
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



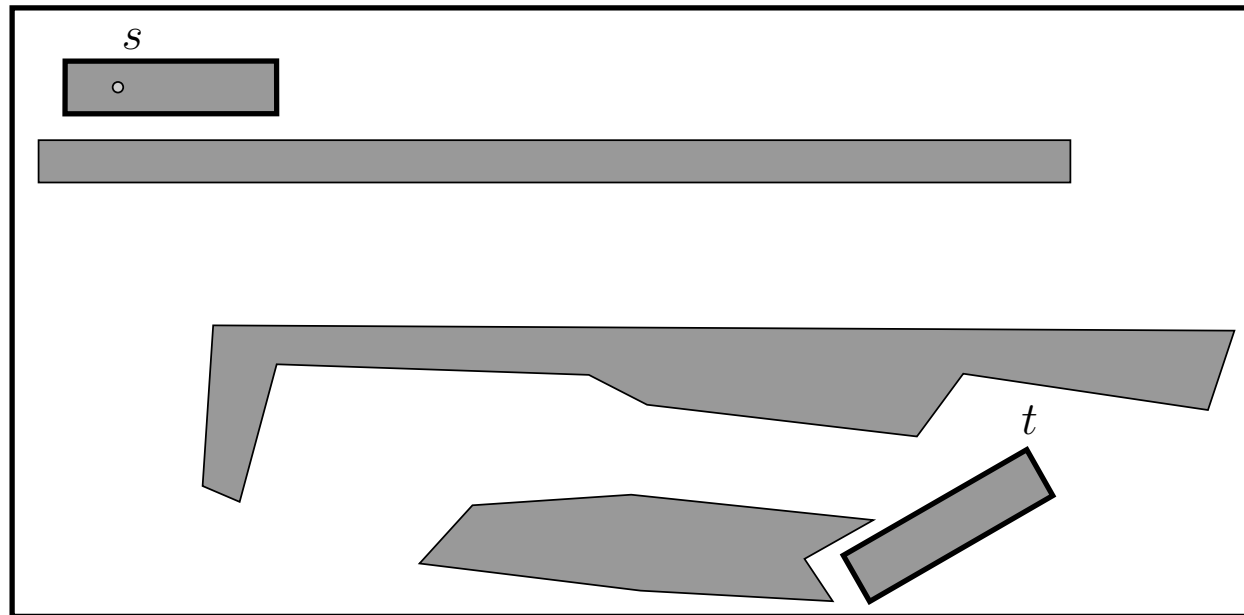
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



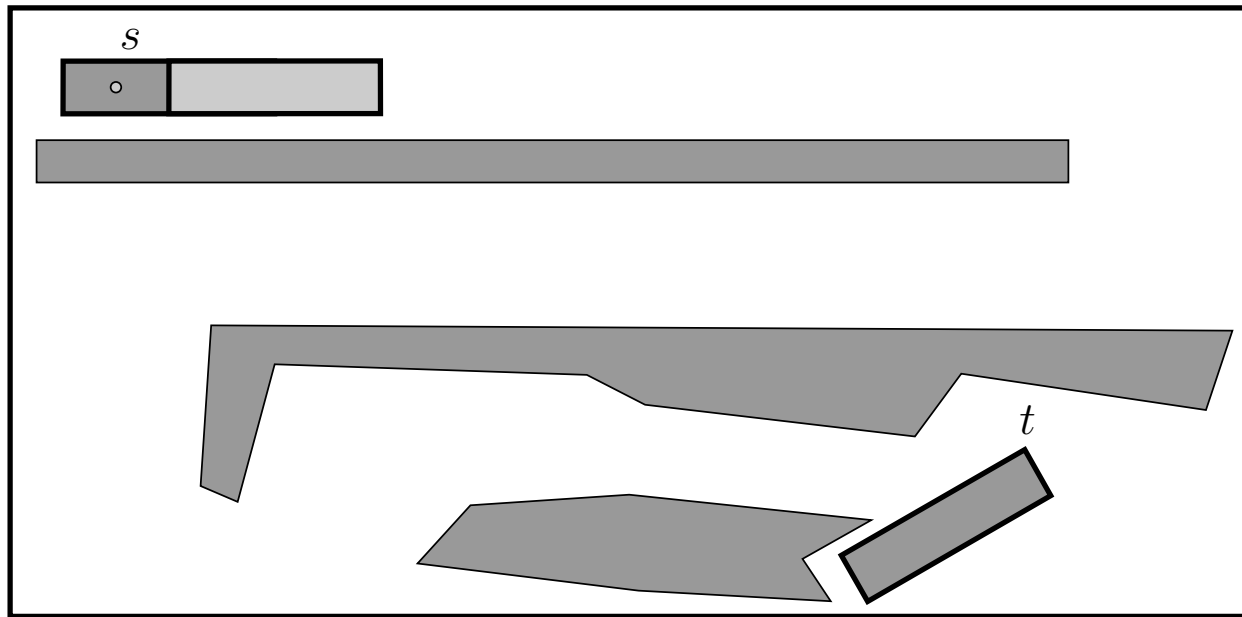
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



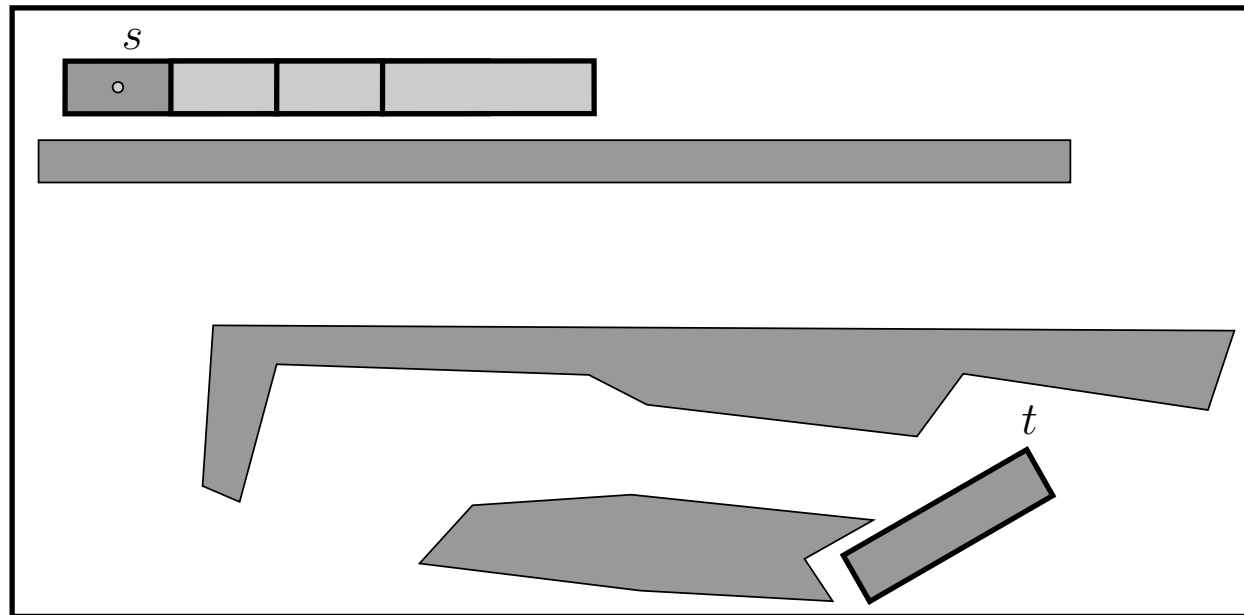
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



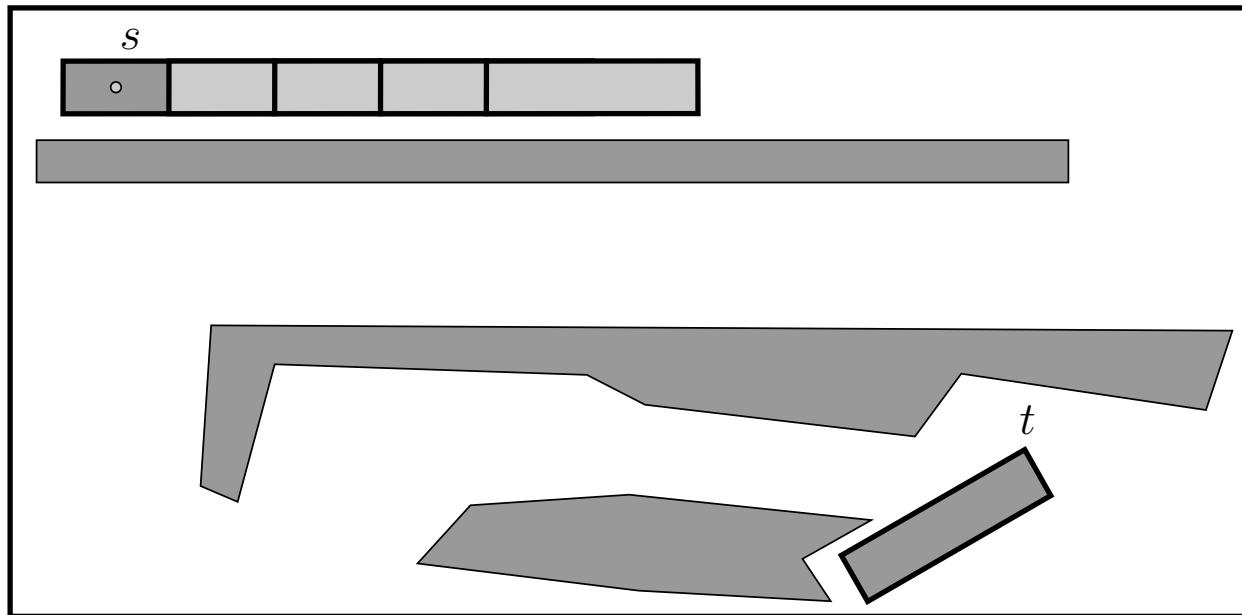
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



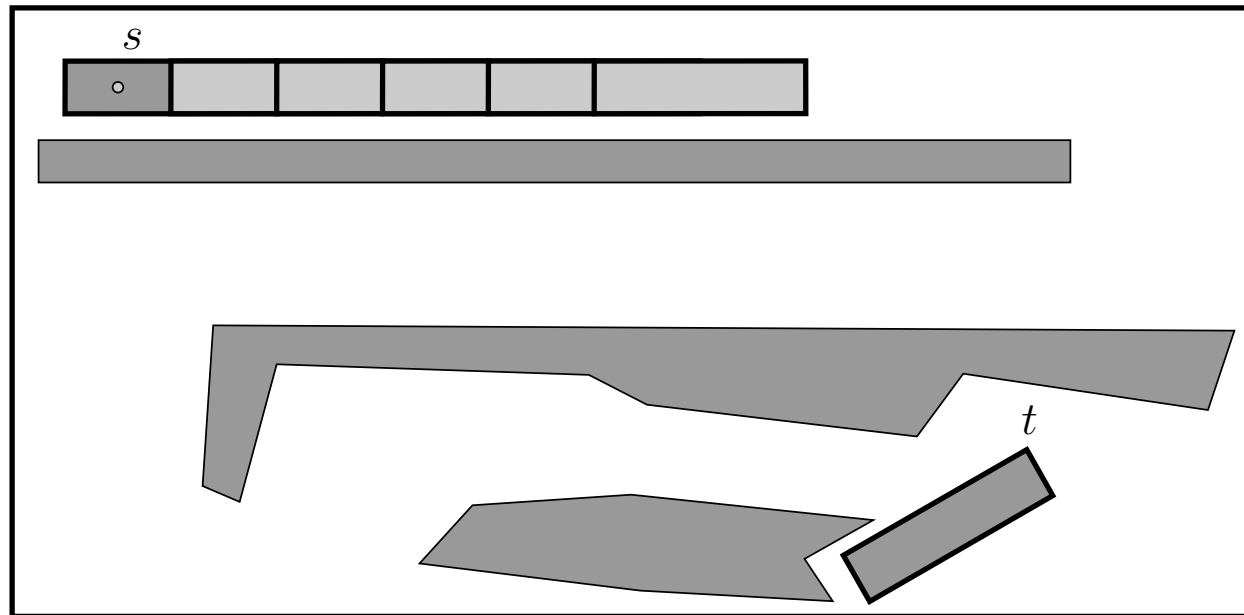
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



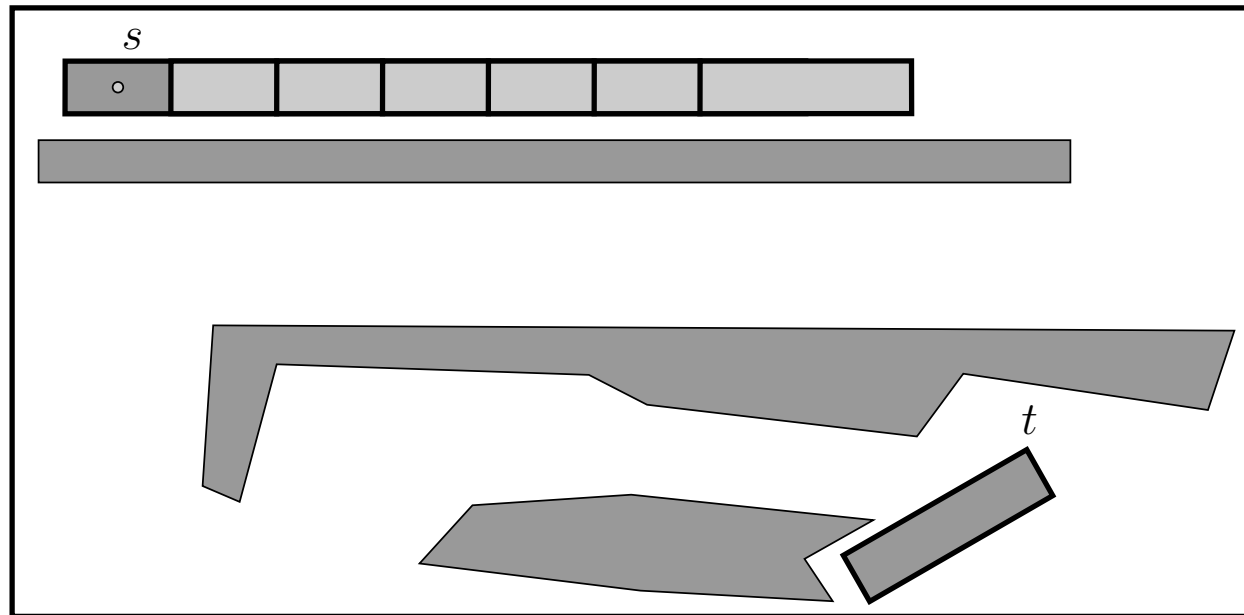
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



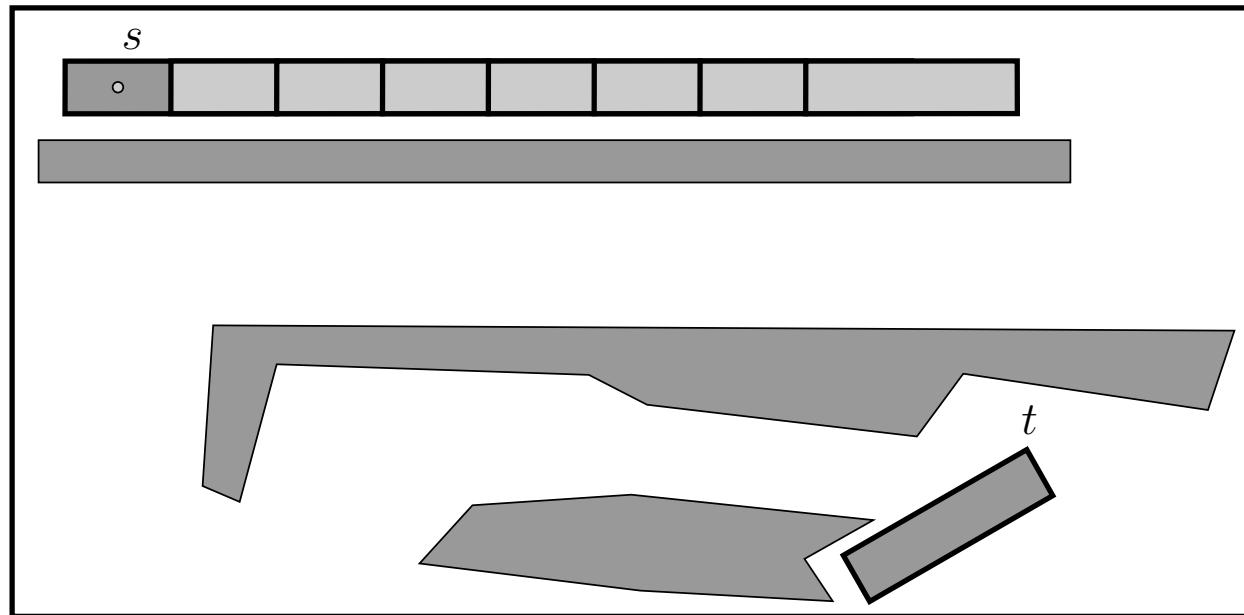
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



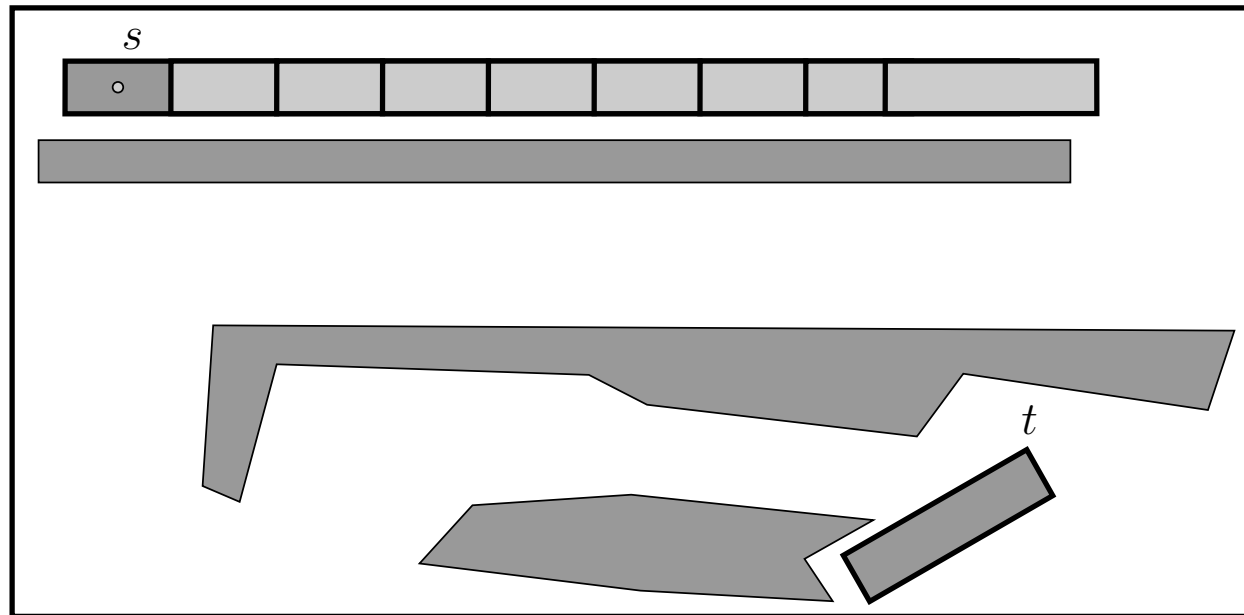
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



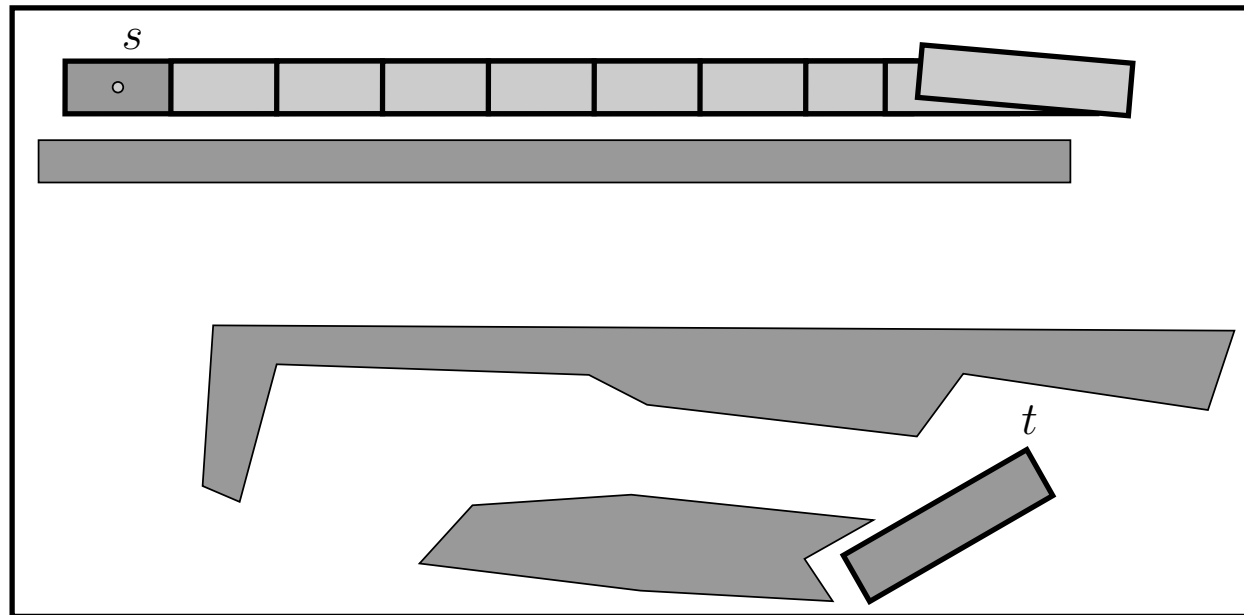
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



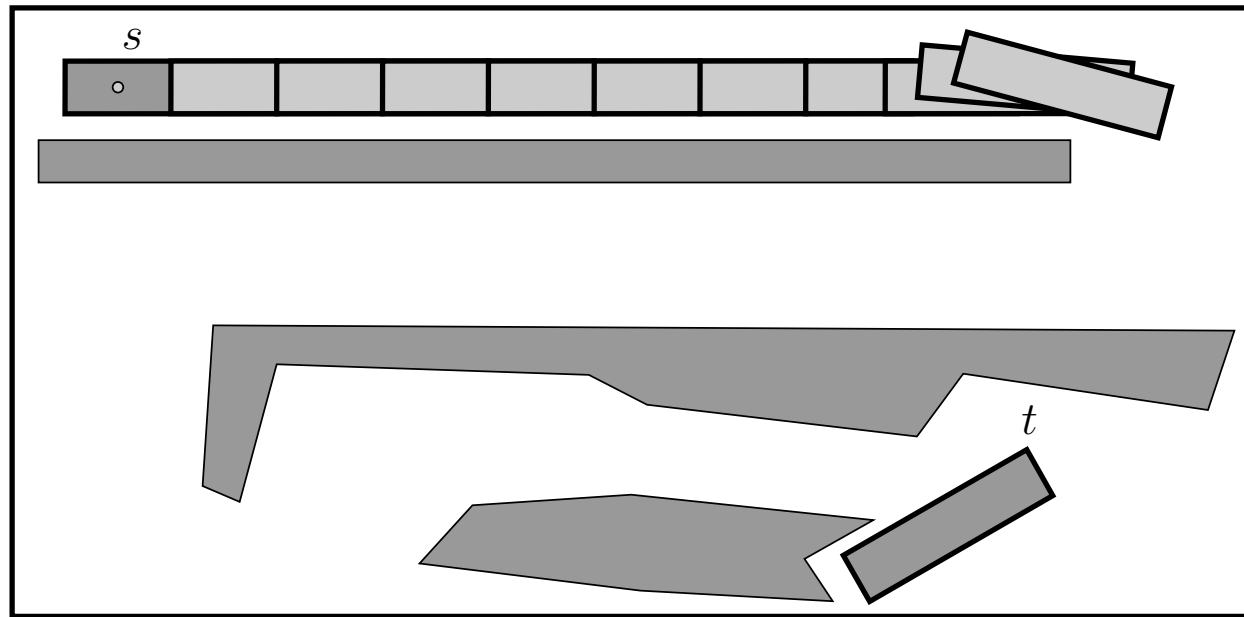
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



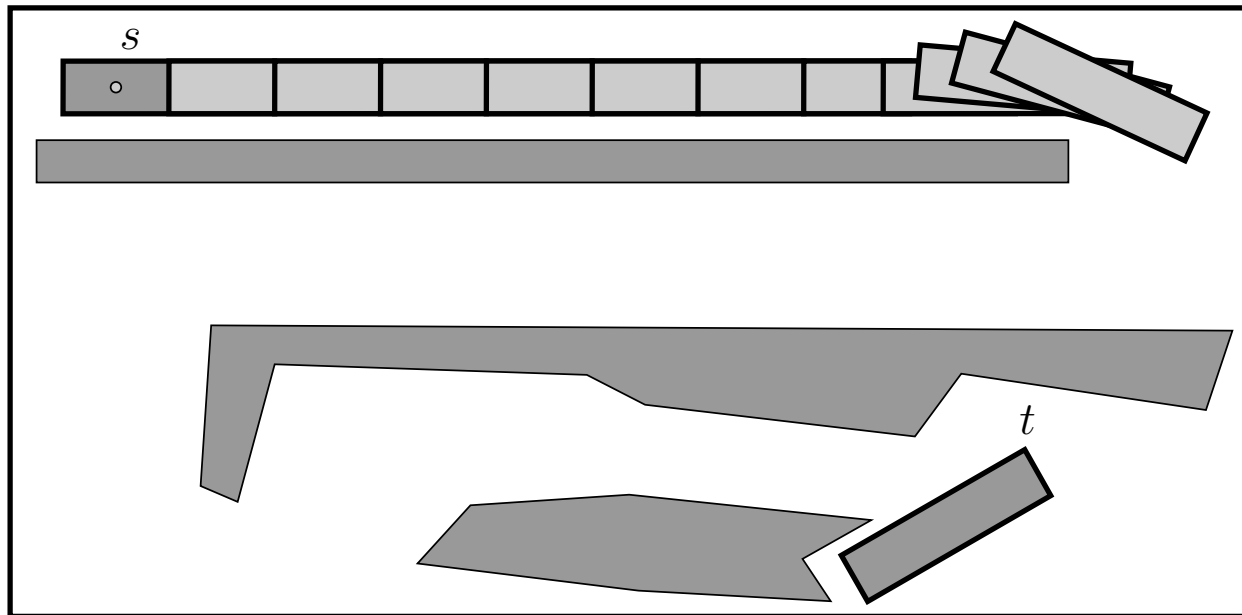
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



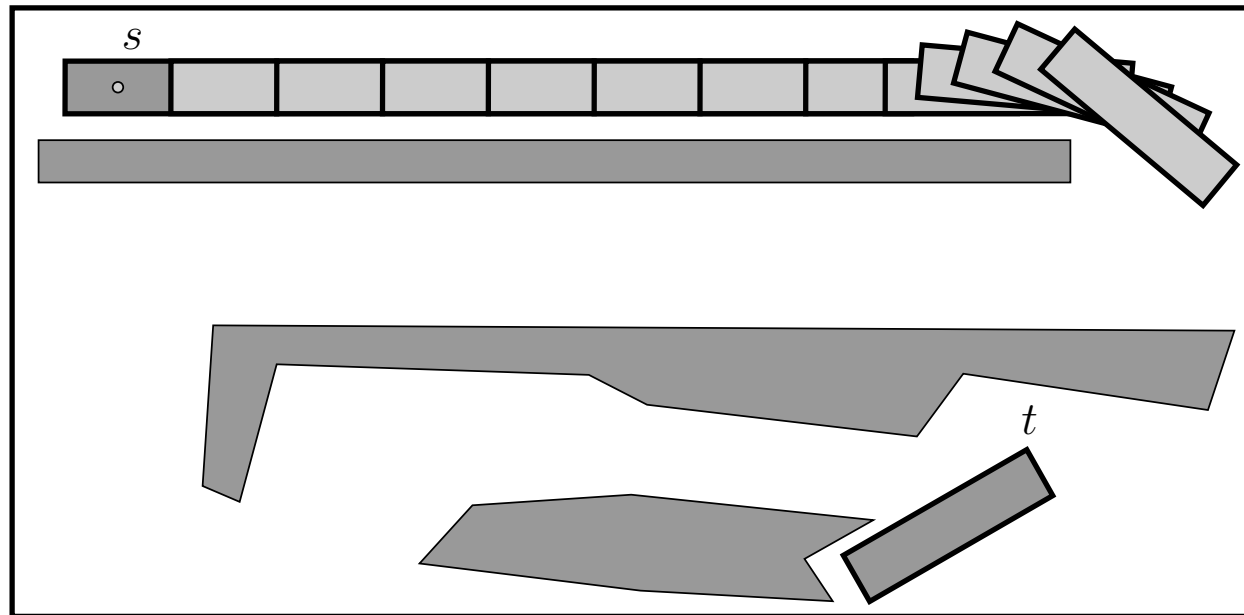
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



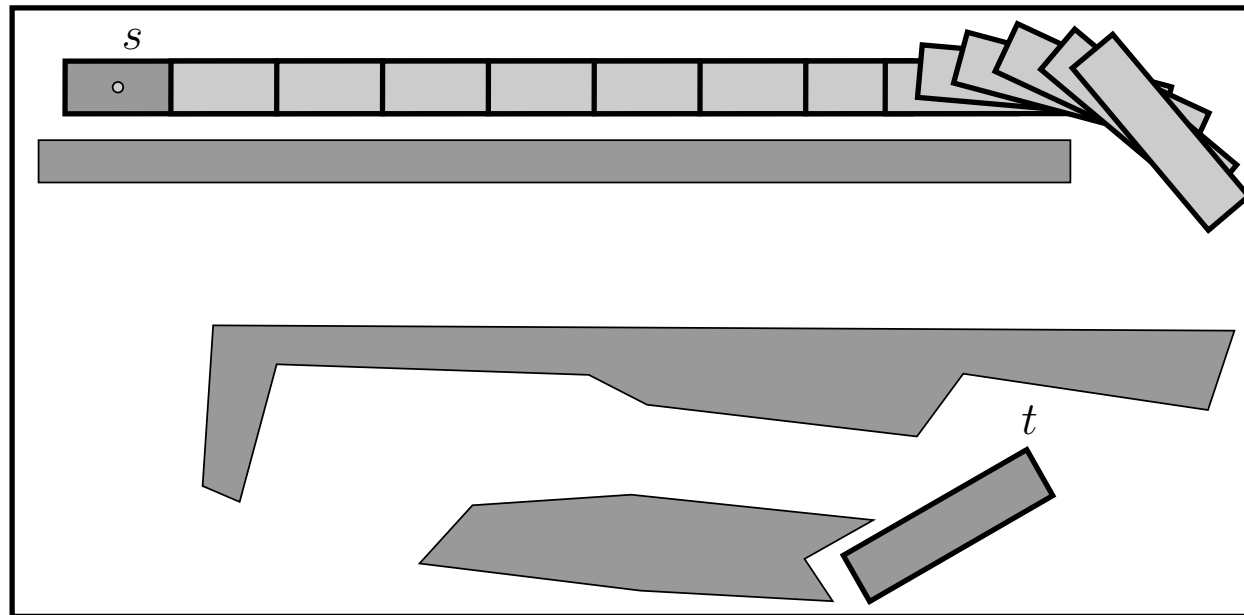
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



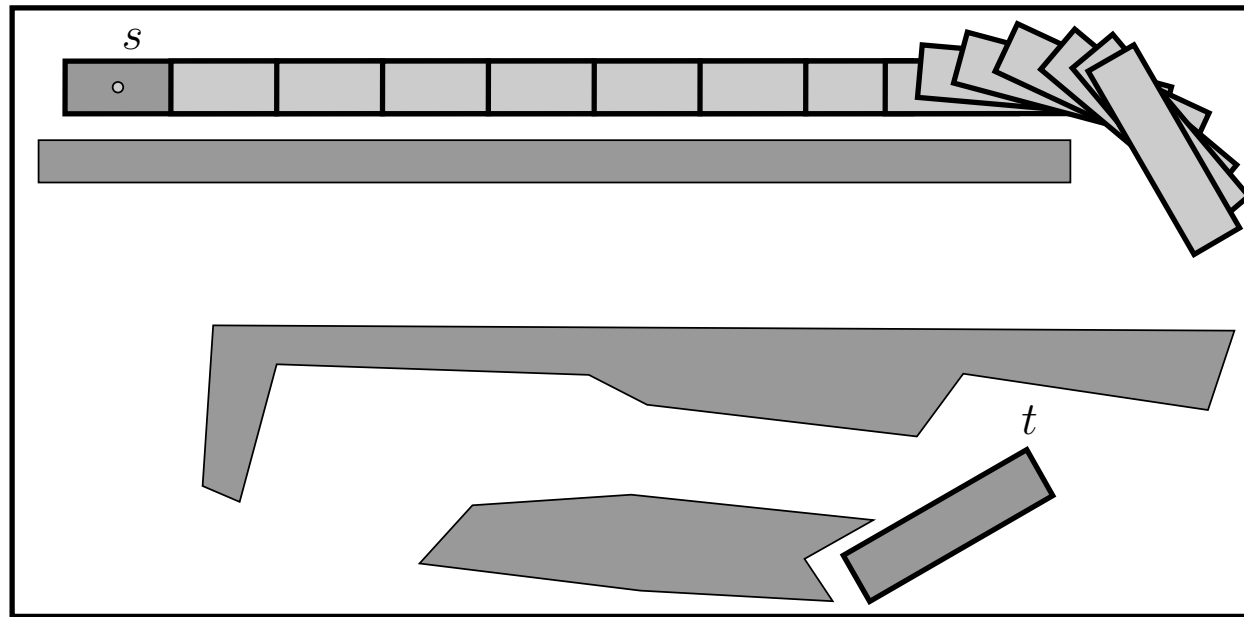
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



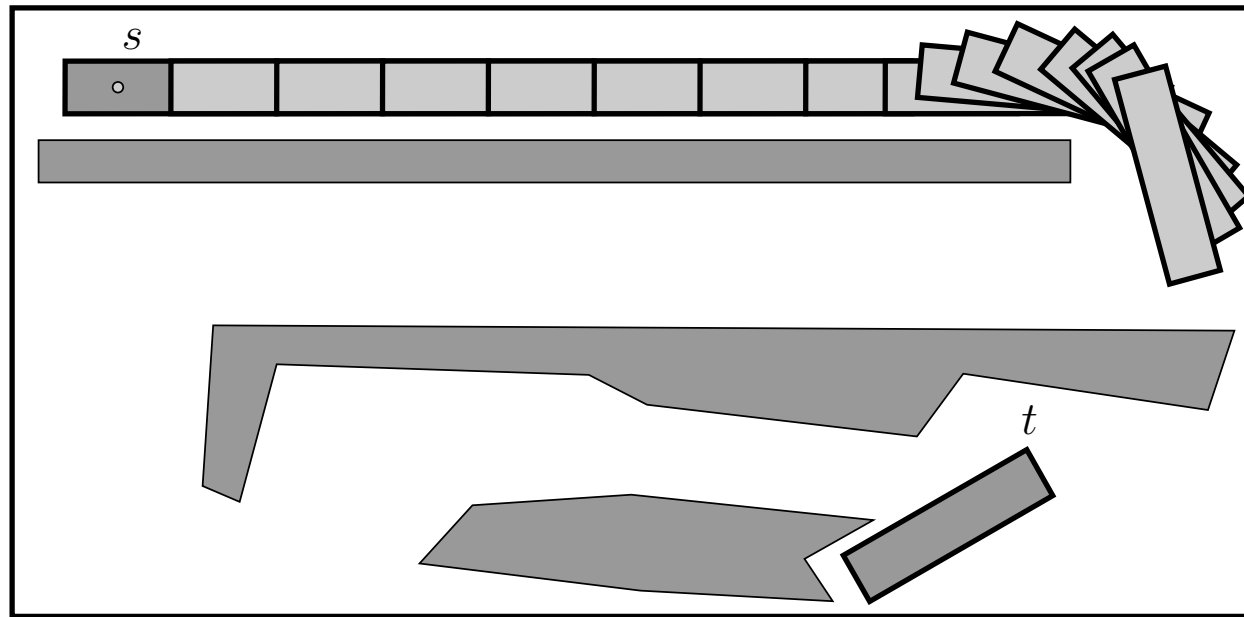
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



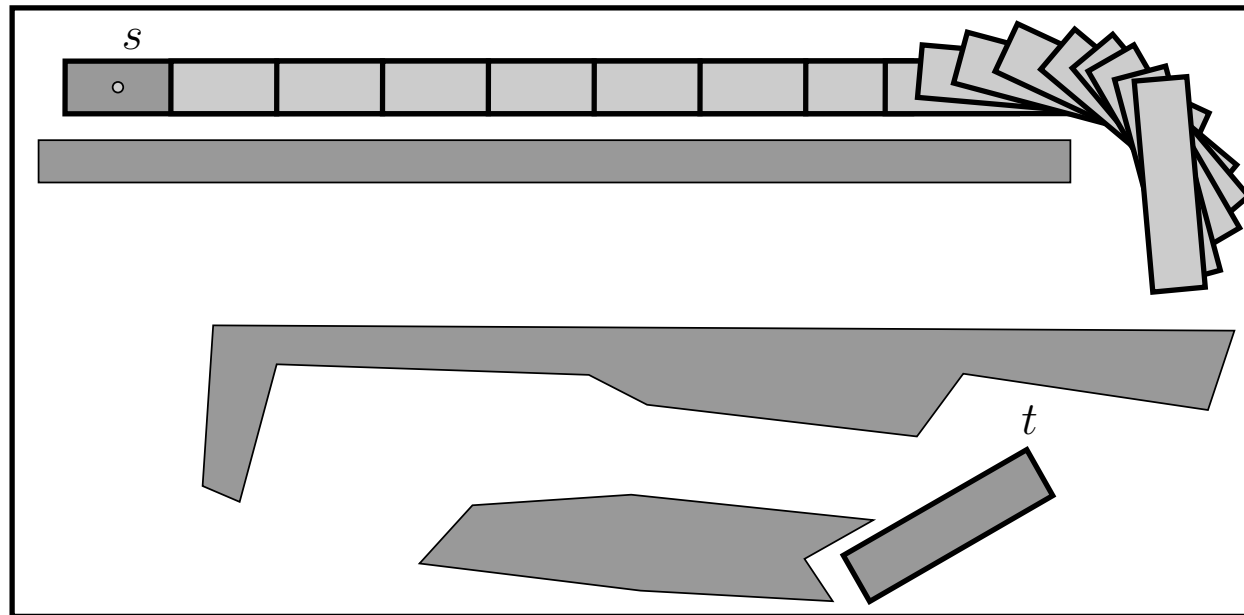
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



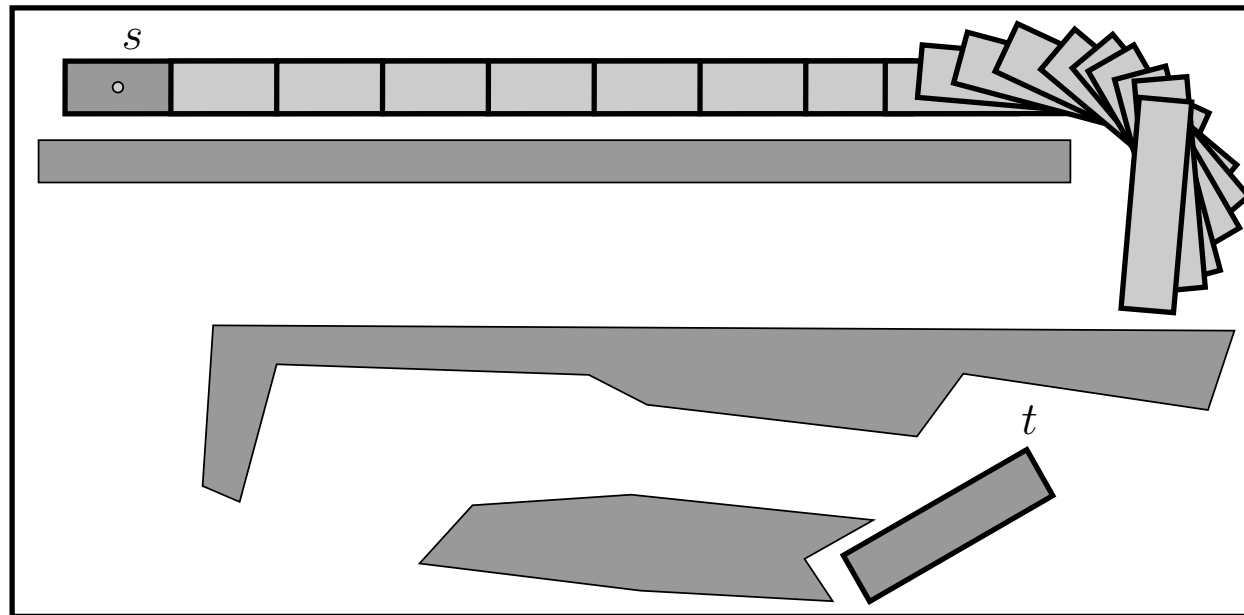
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



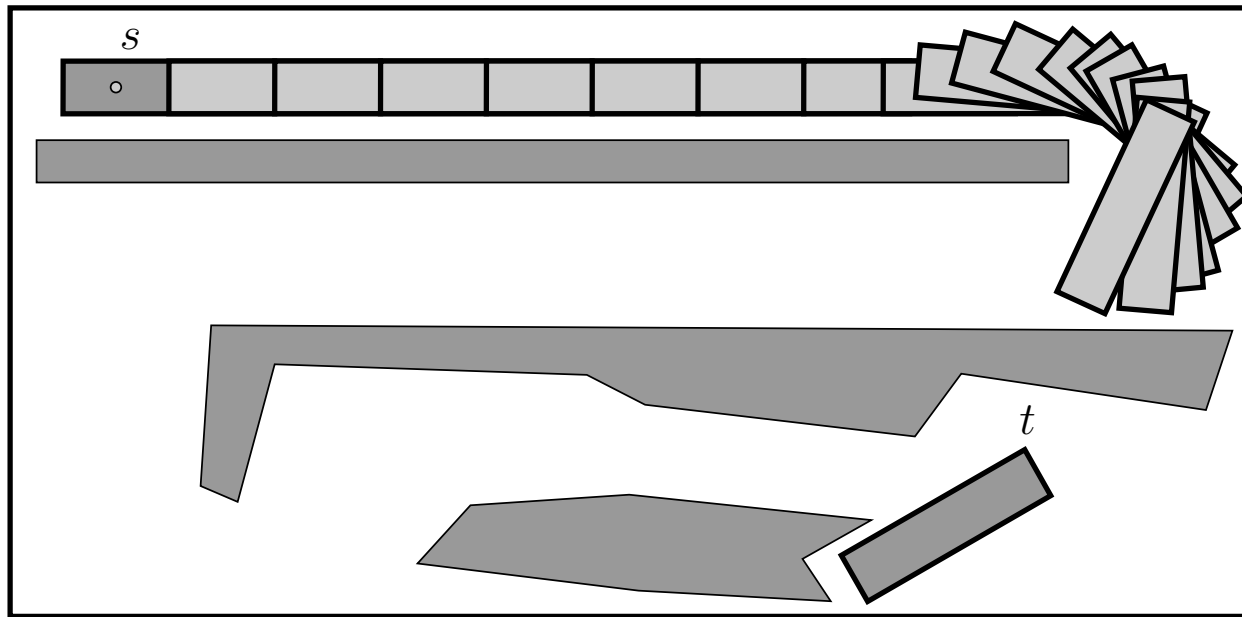
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



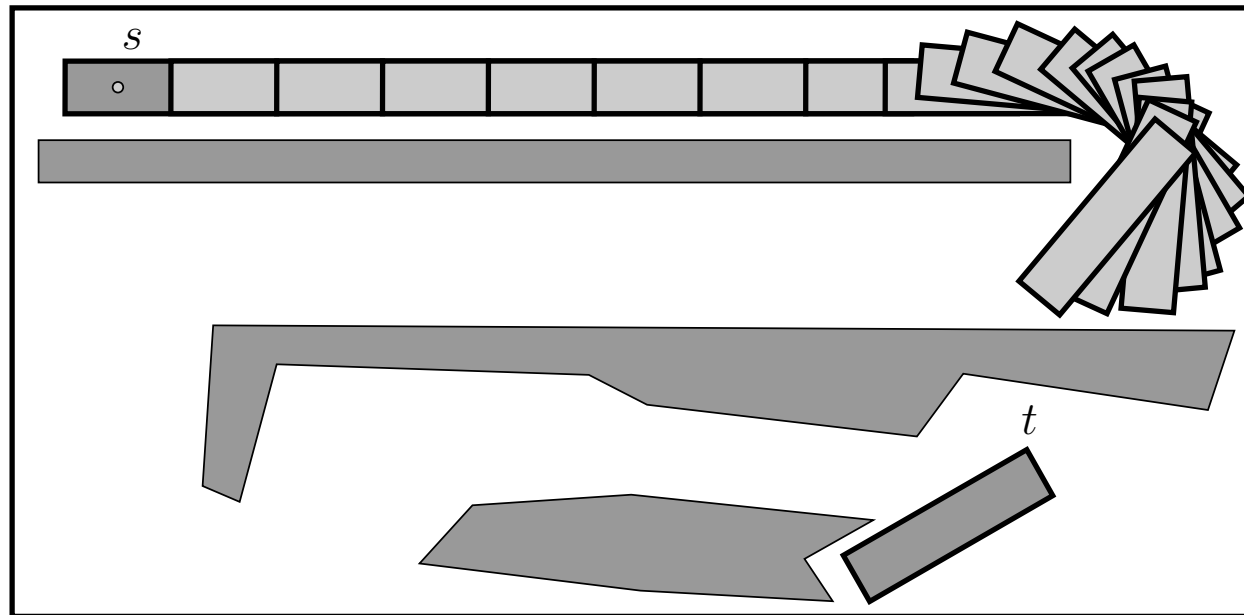
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



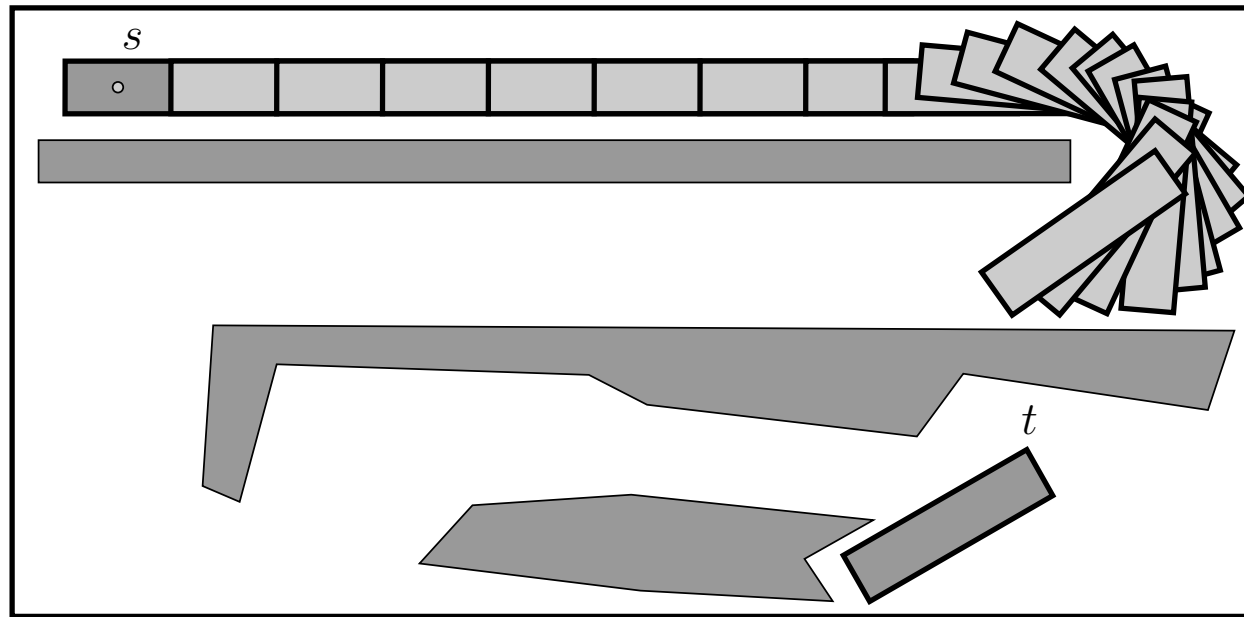
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



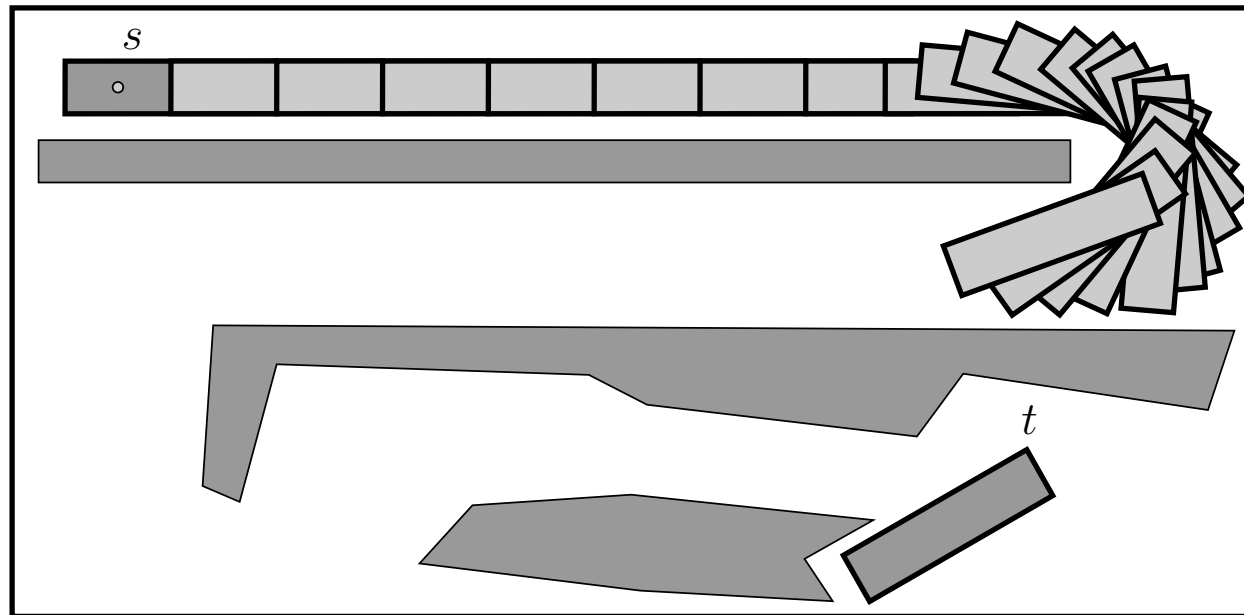
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



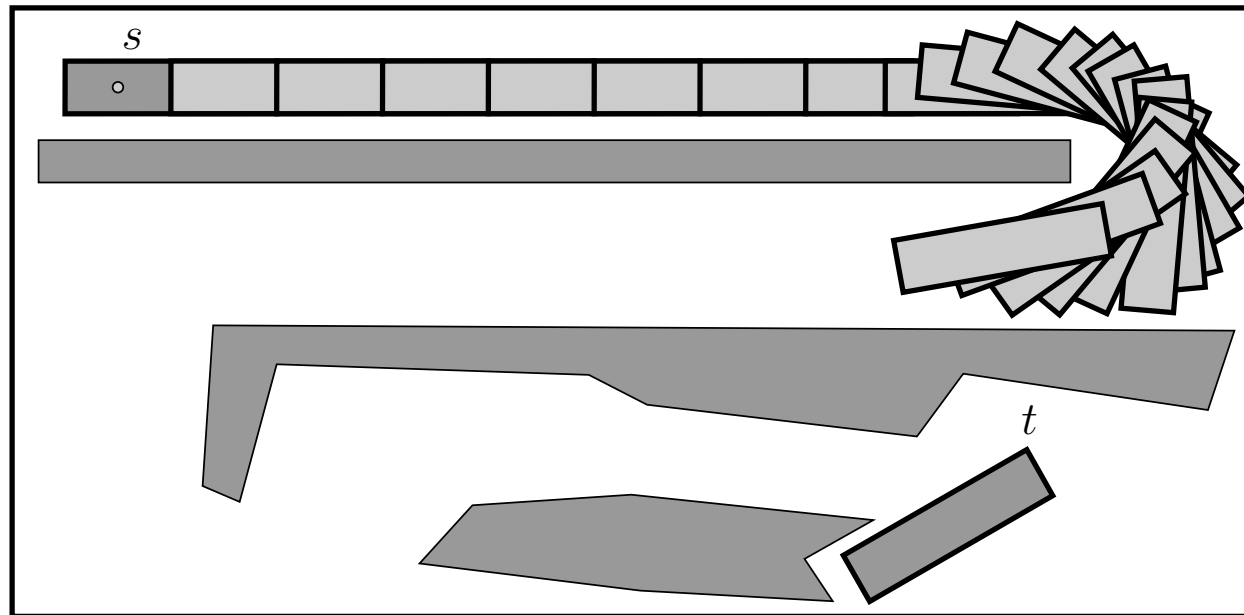
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



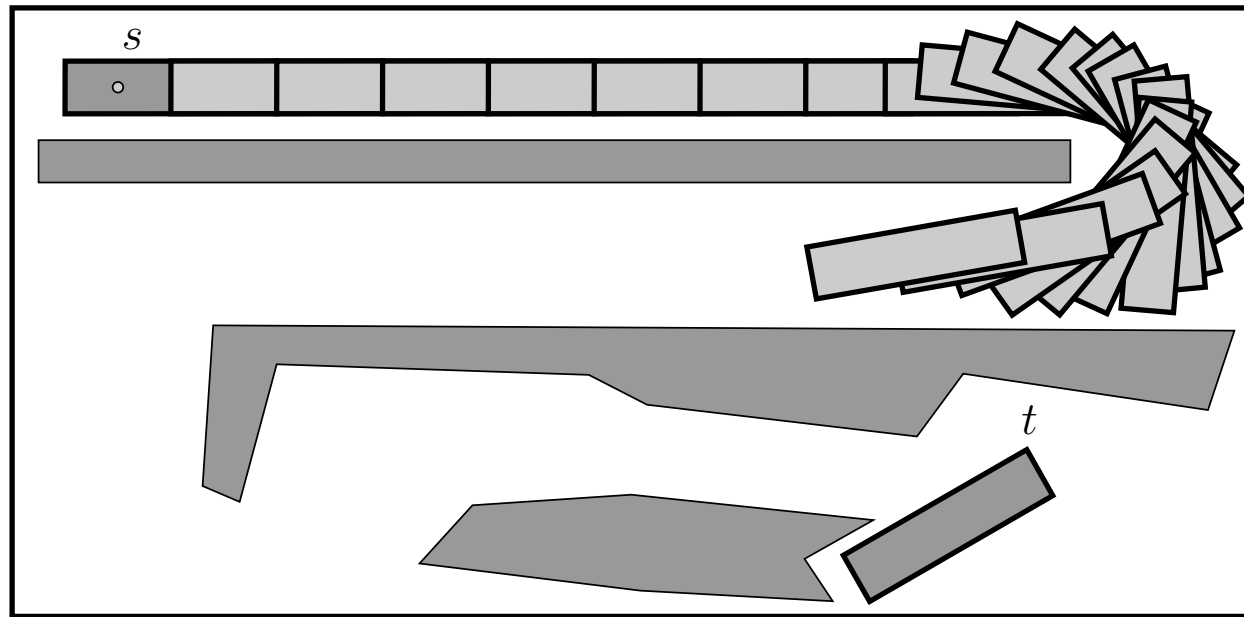
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



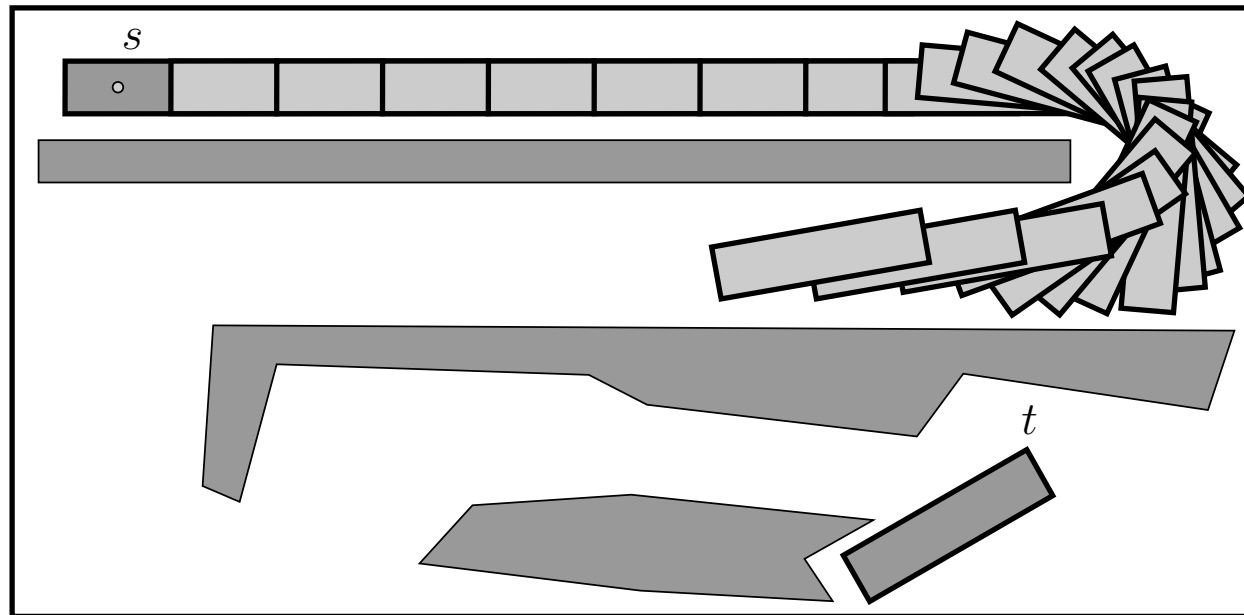
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



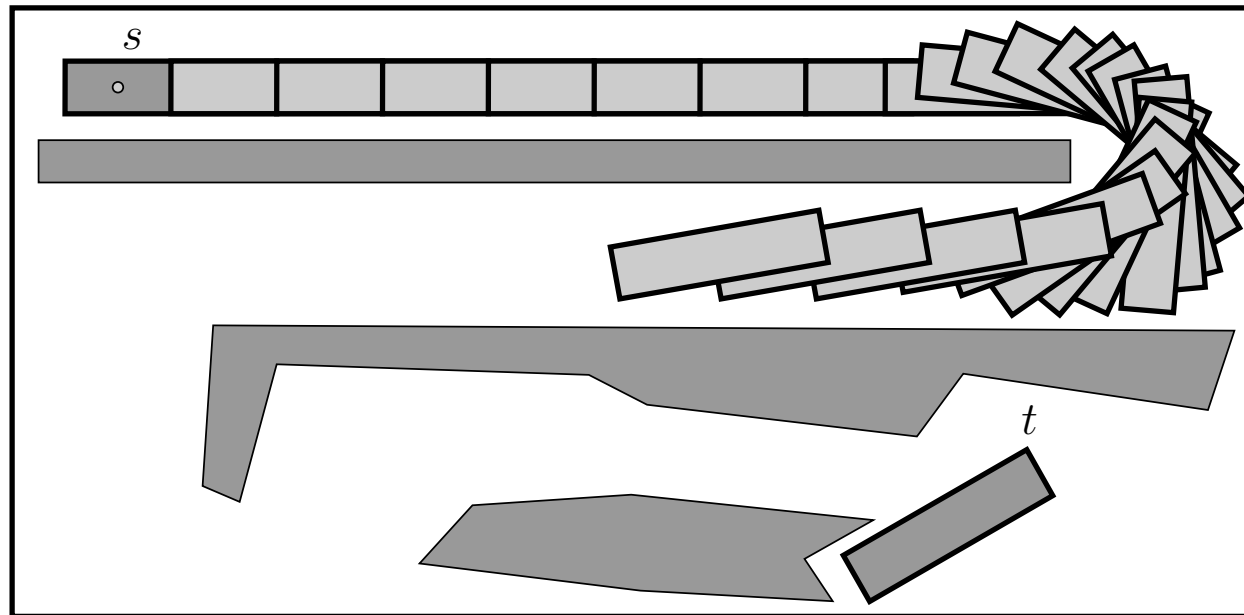
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



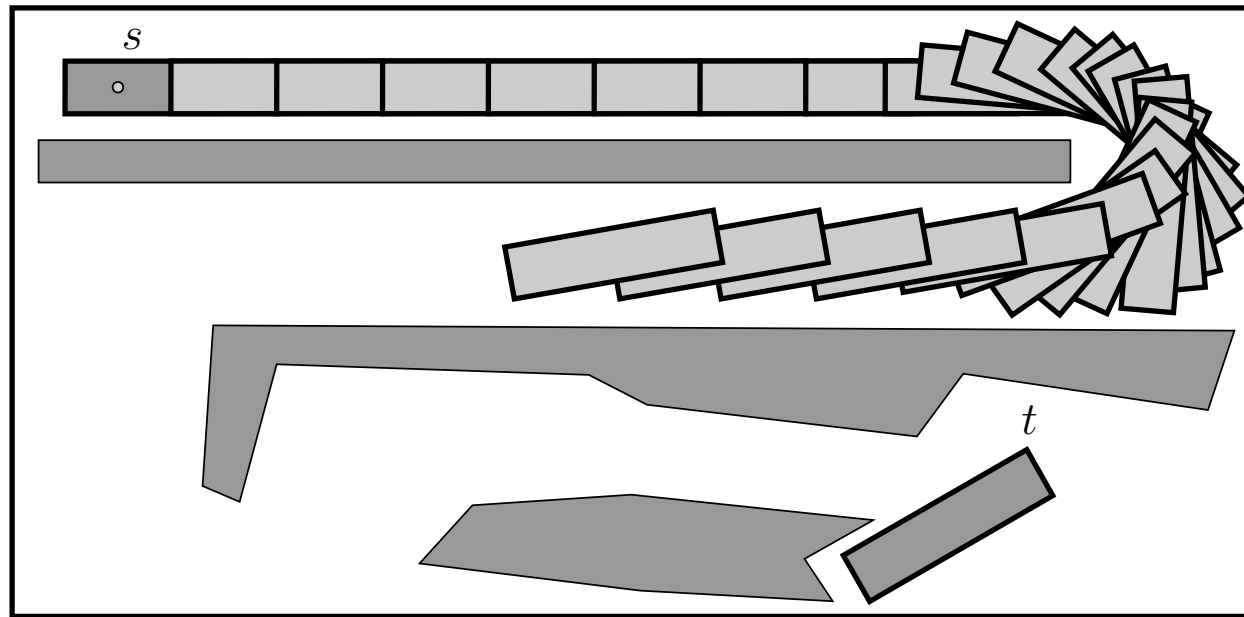
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



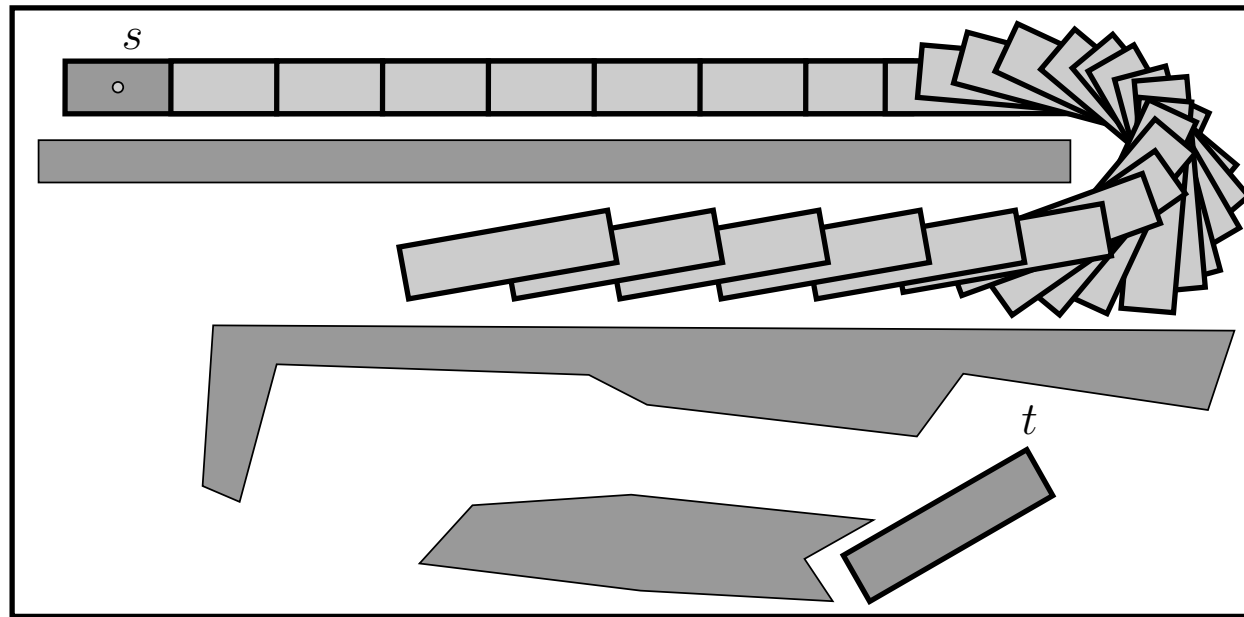
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



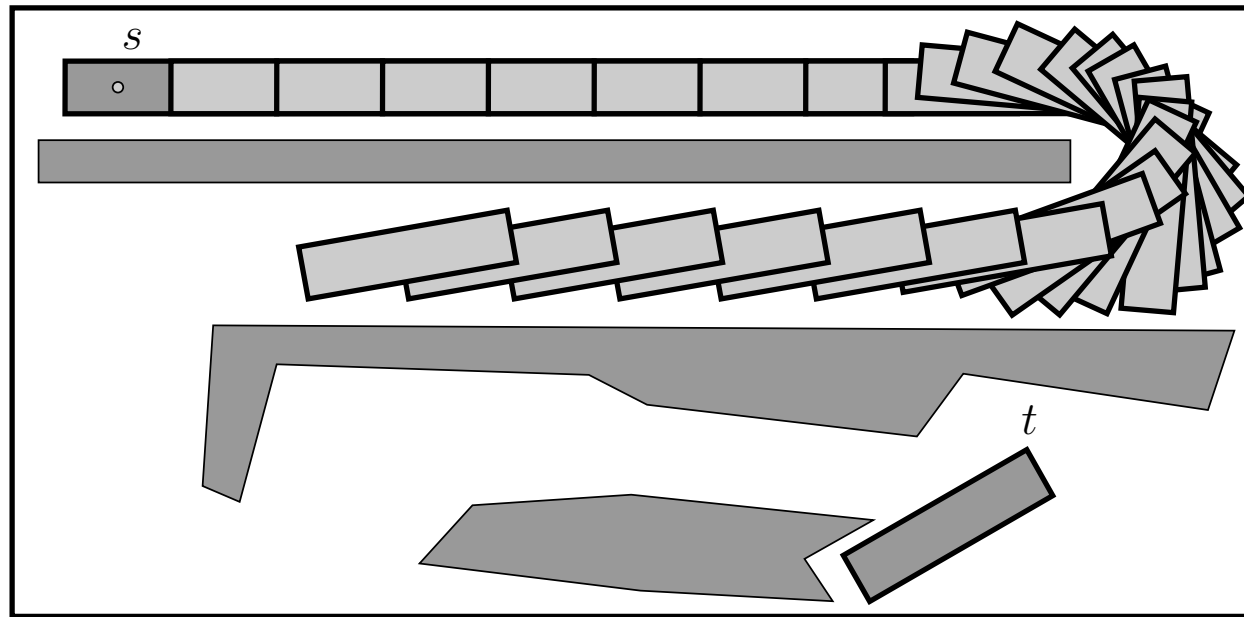
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



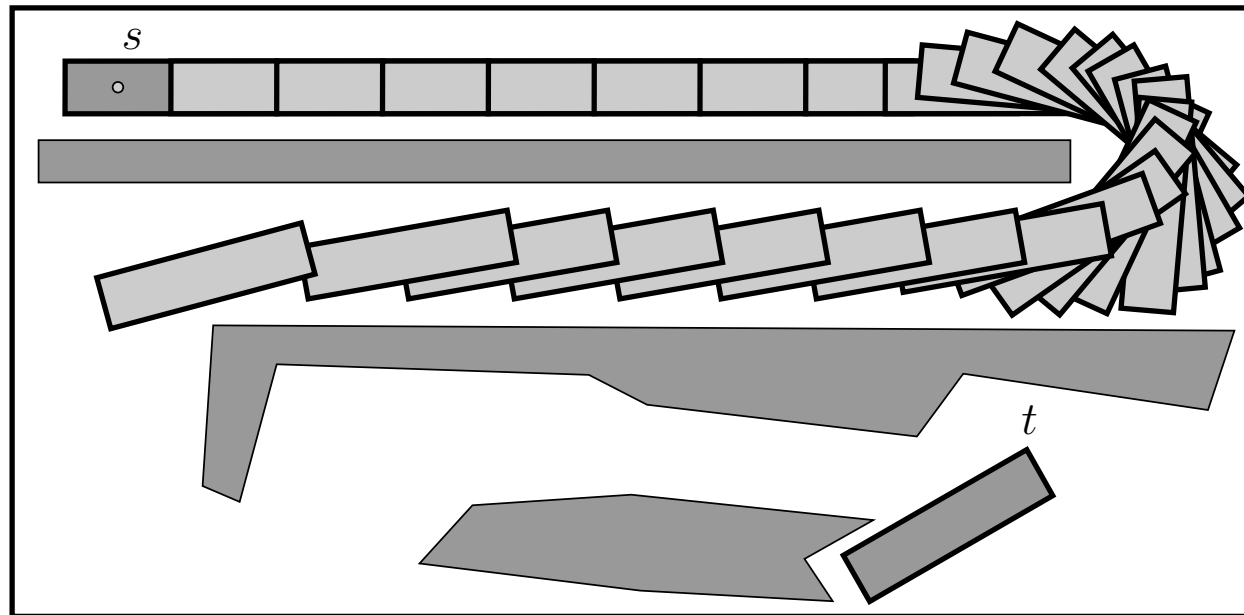
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



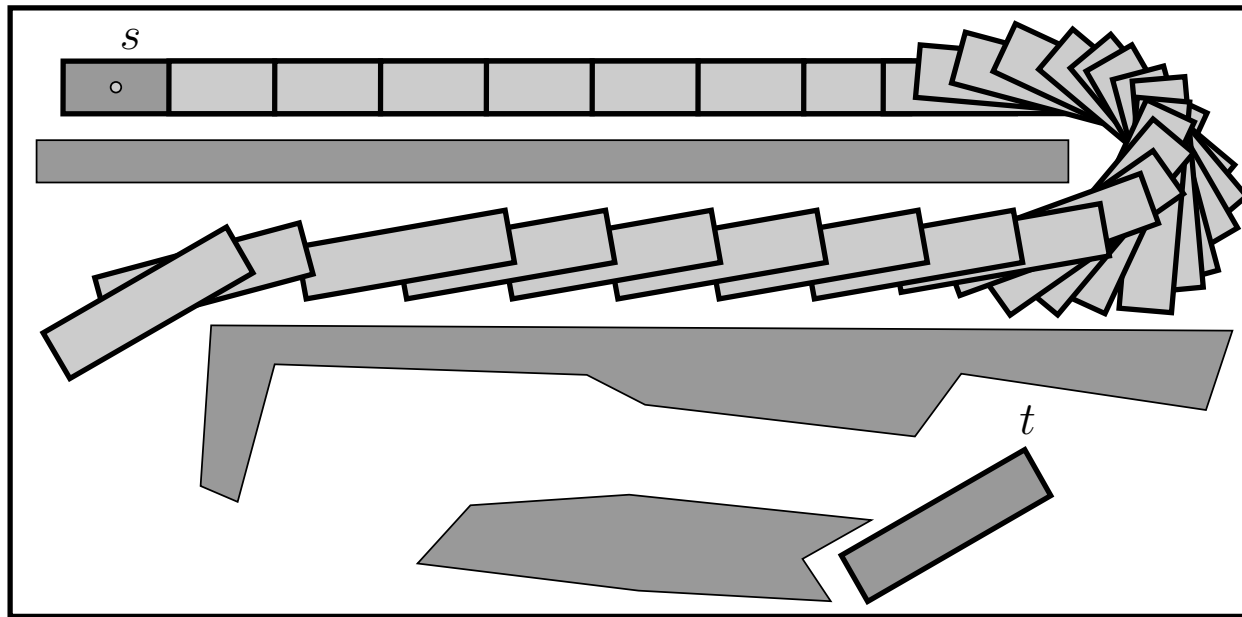
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



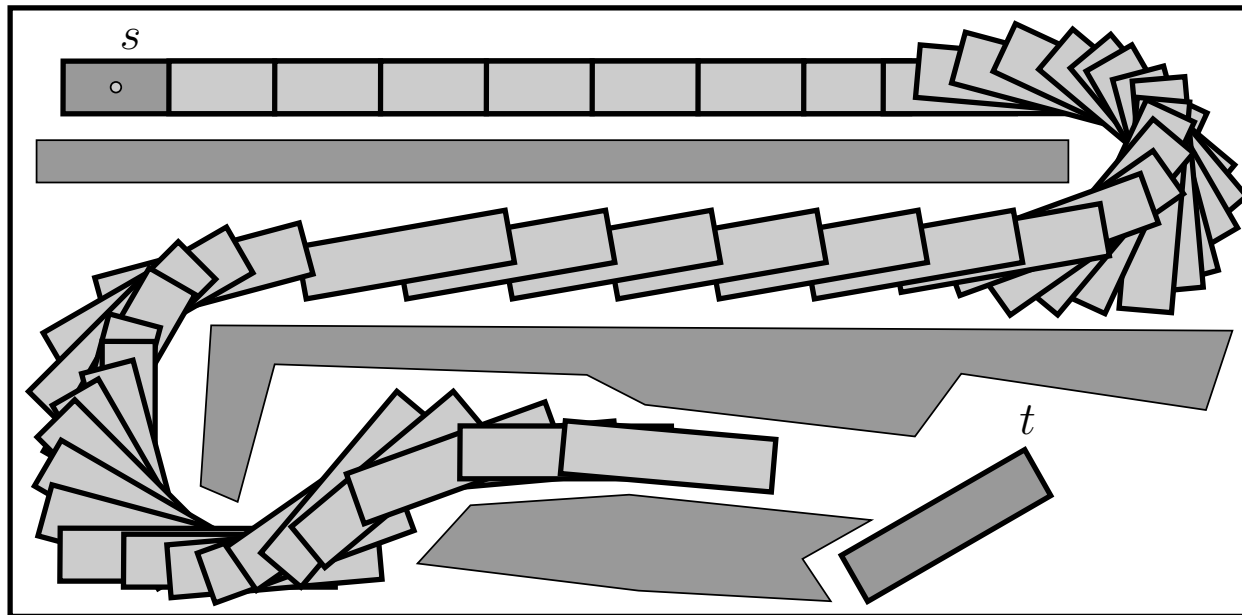
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



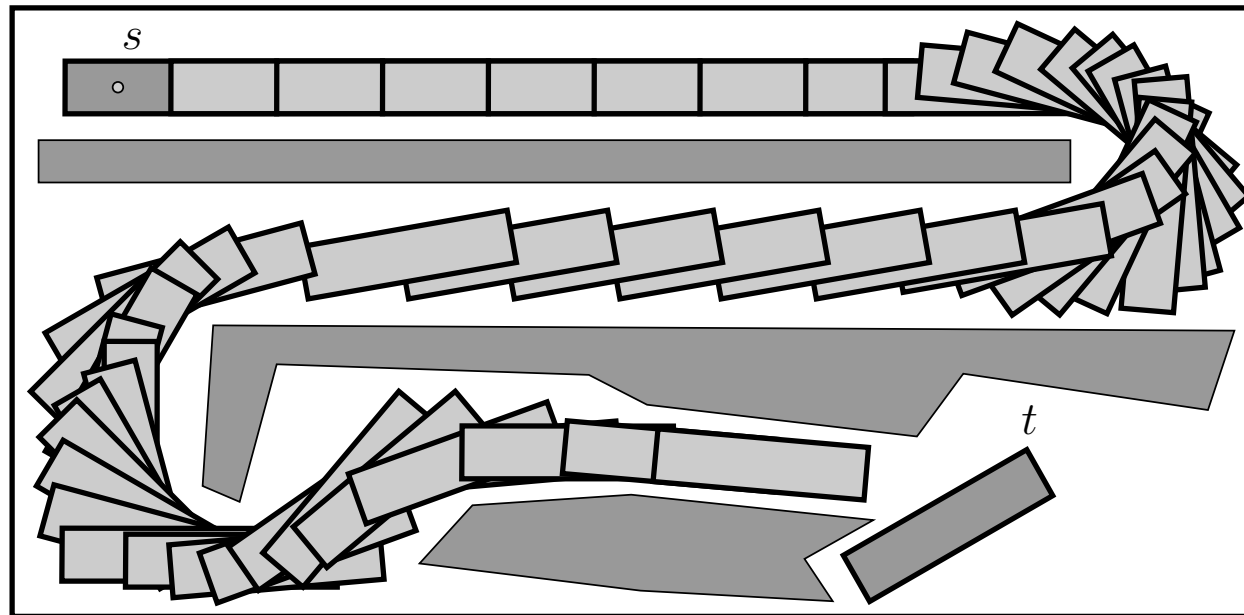
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



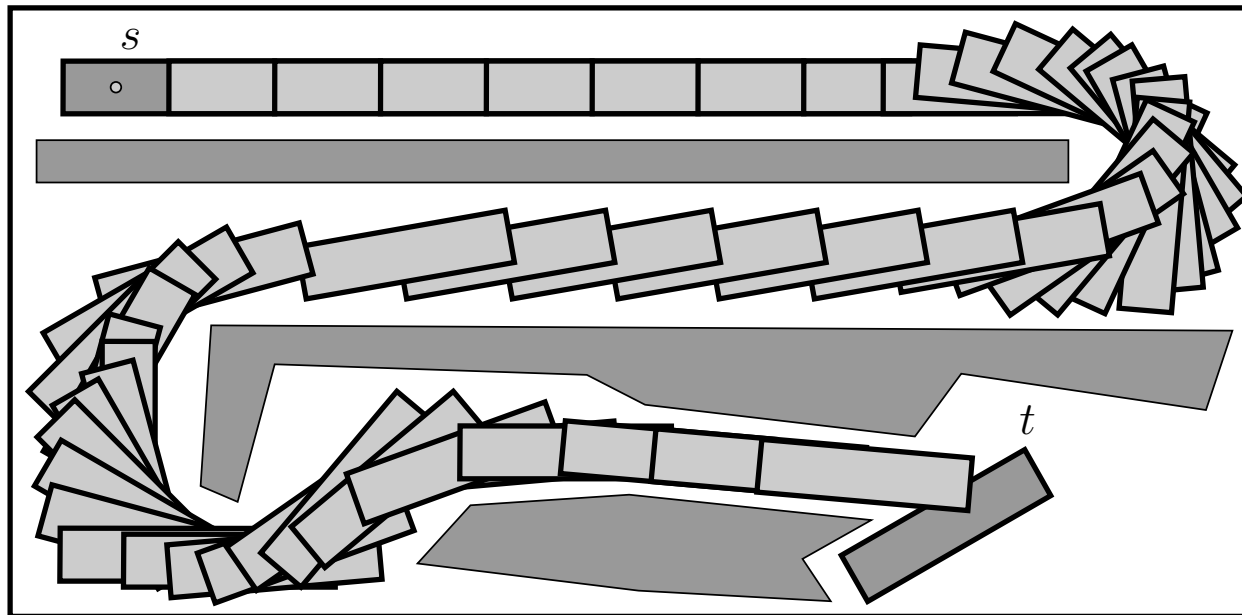
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



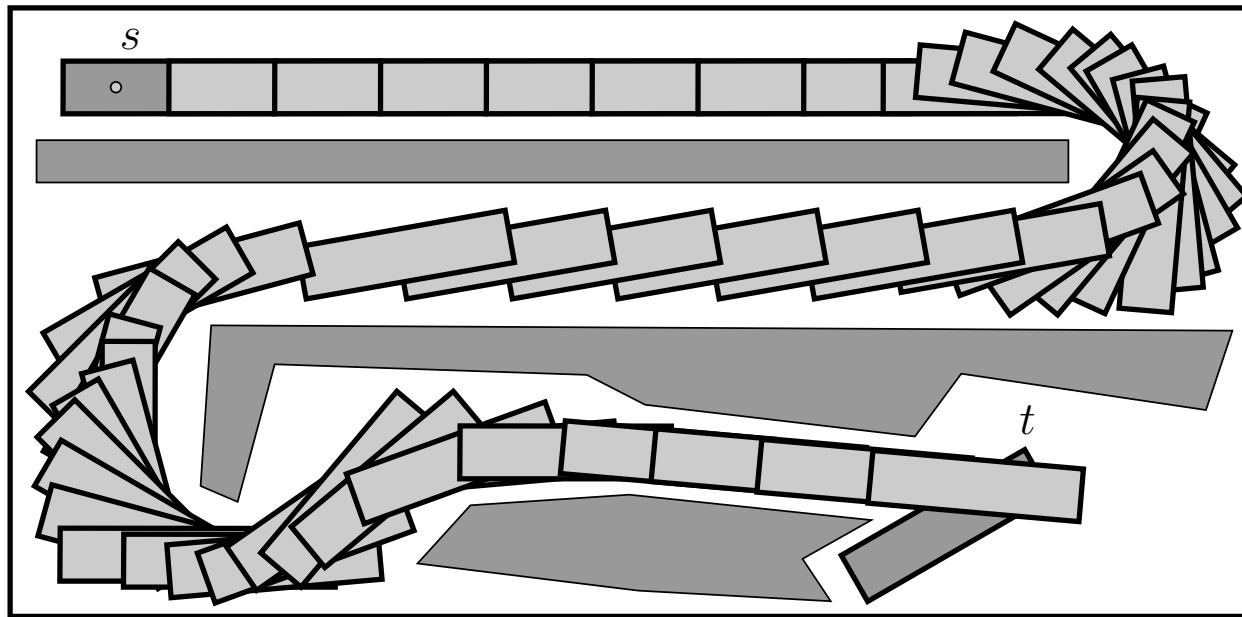
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



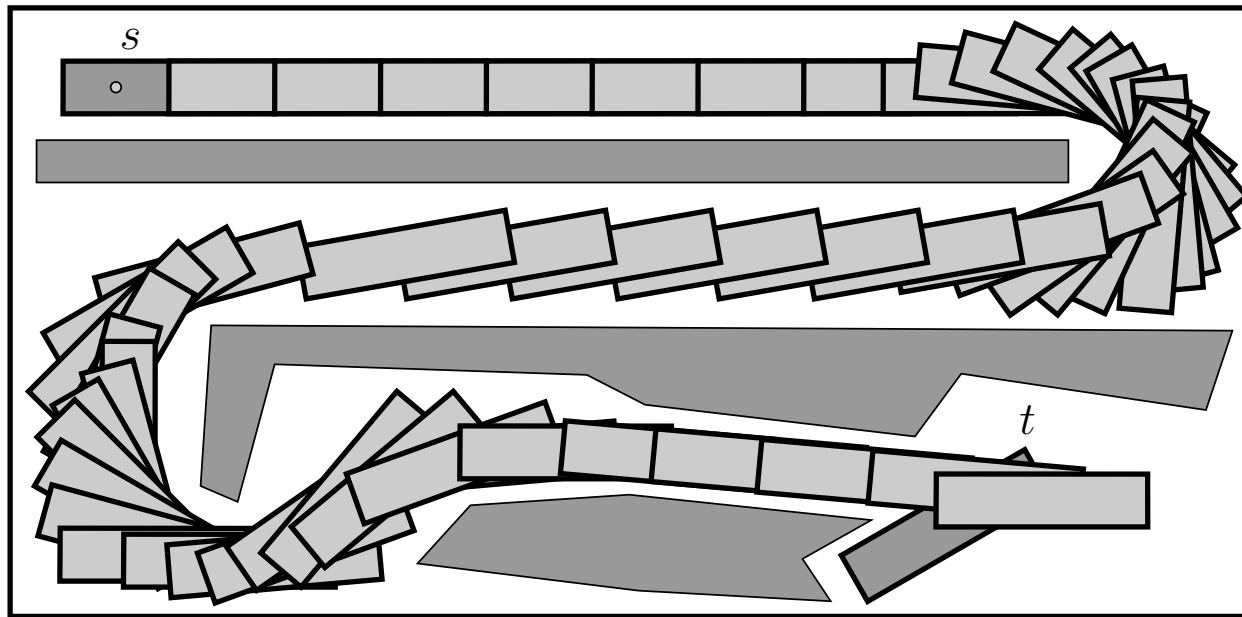
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



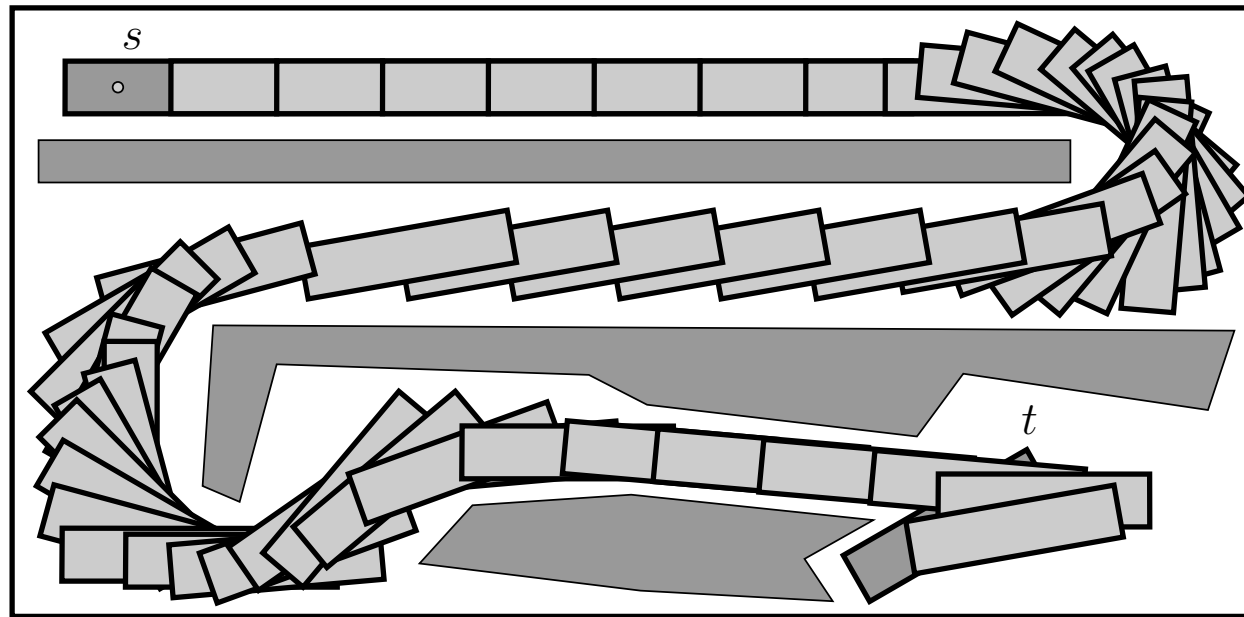
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



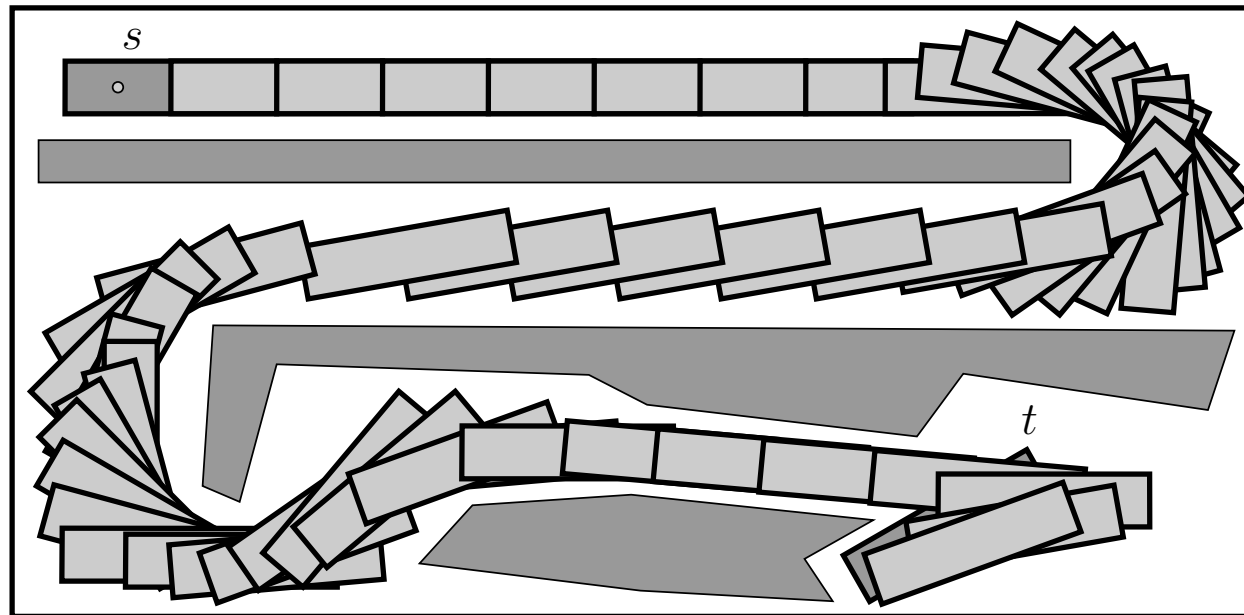
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



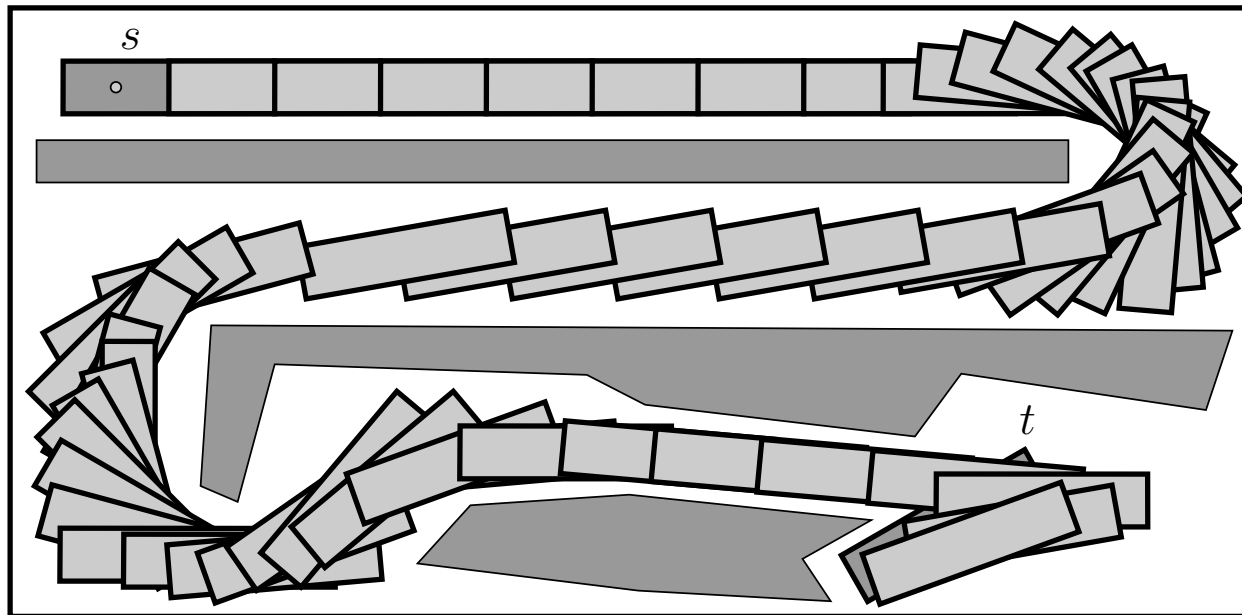
Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



Kapitel 2.3 Beispiel!

Bewegung von A nach B mit Rotation und Translation



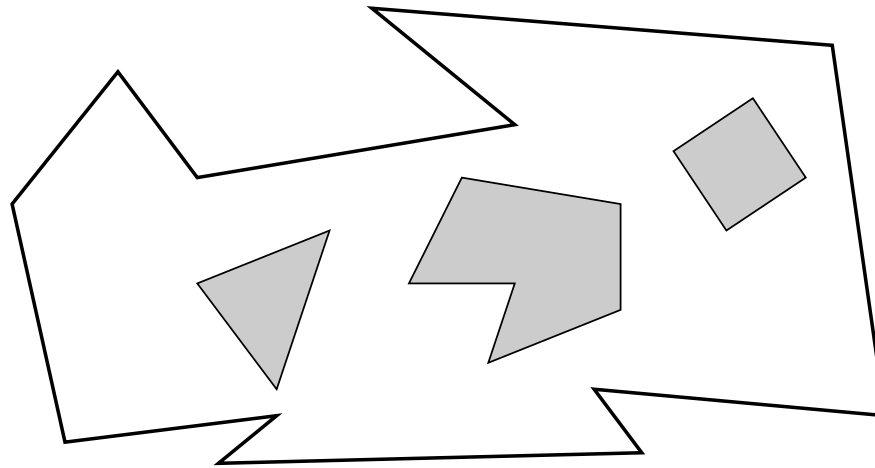
Untere Schranke! **Th. 2.25**

Untere Schranke! **Th. 2.25**

- Liniensegment bewegen

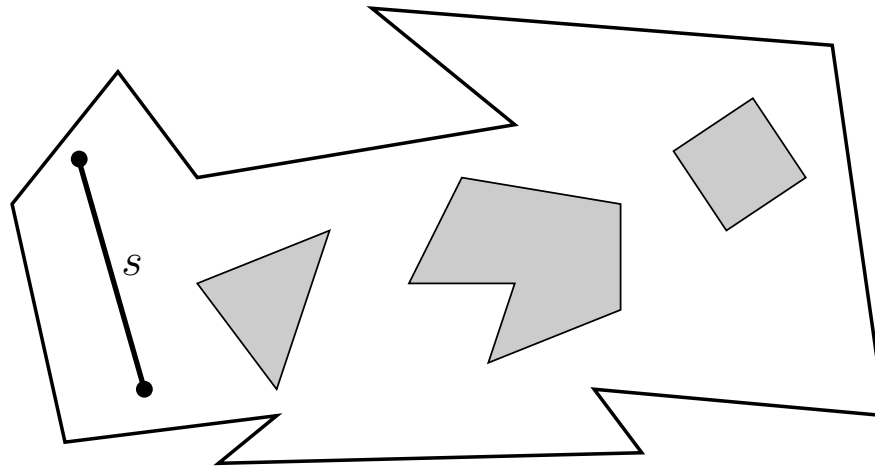
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten



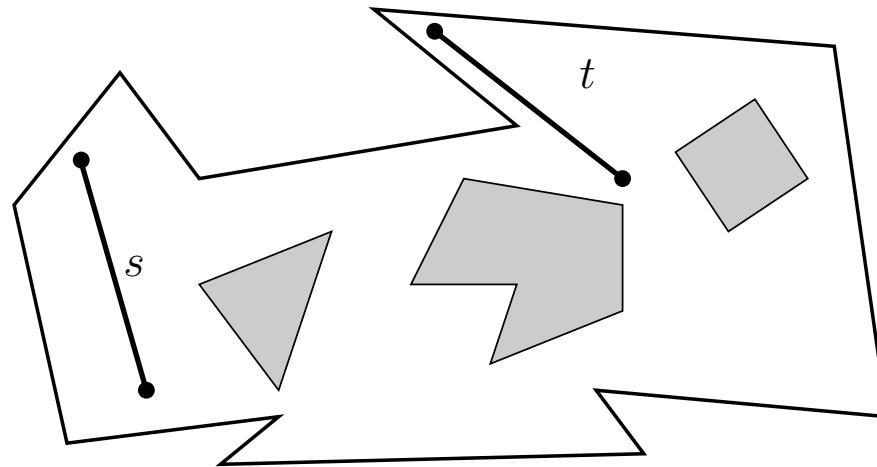
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten



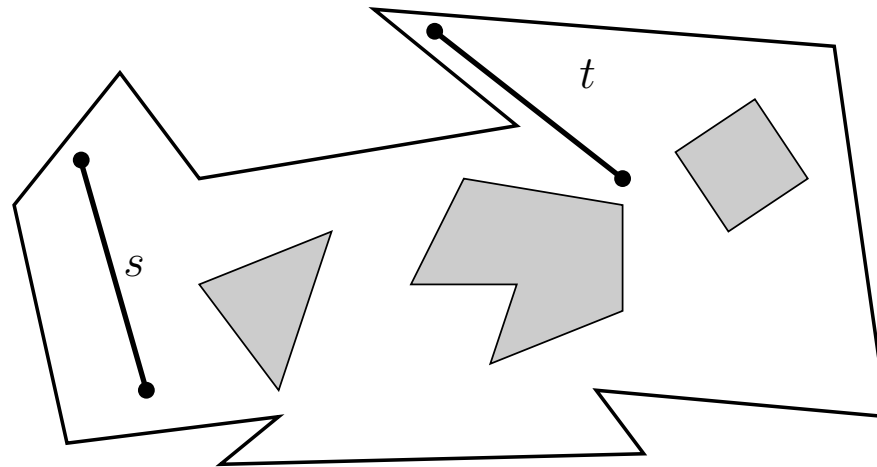
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten



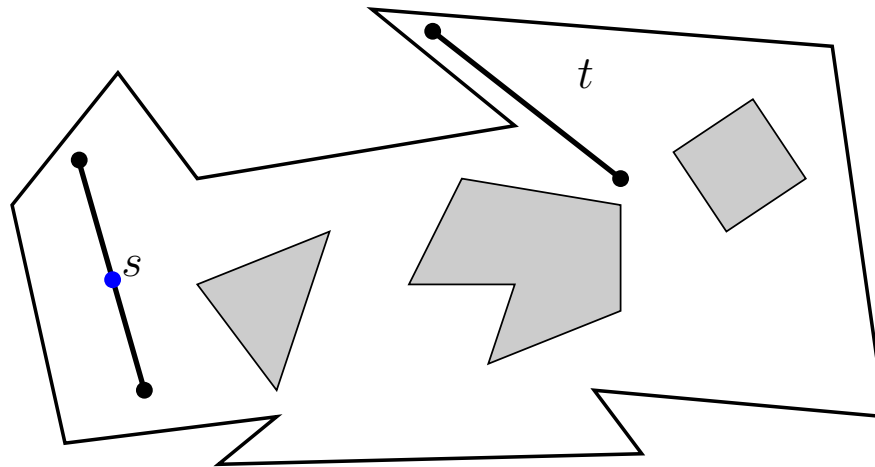
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten
- Mindestens $\Omega(n^2)$ Bewegungsschritte



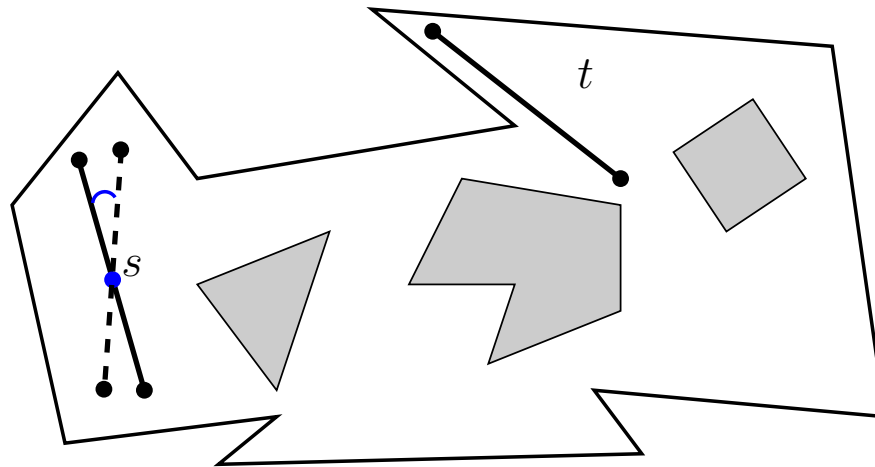
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten
- Mindestens $\Omega(n^2)$ Bewegungsschritte
- Translation, Rotation im Wechsel



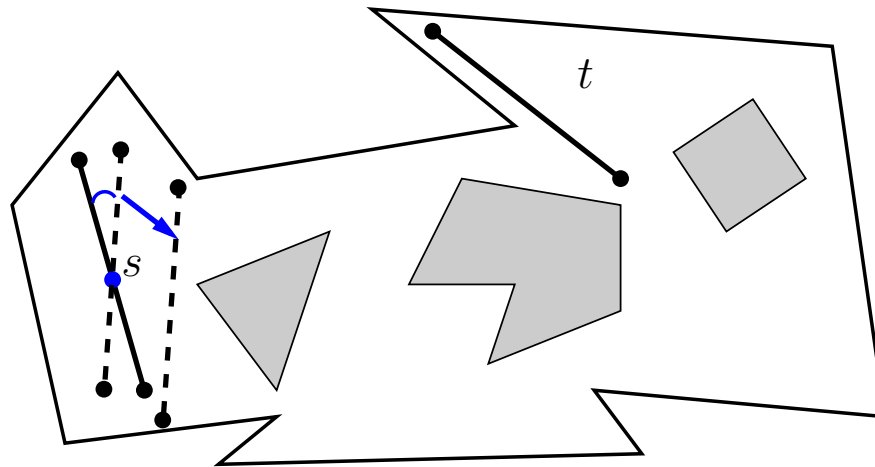
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten
- Mindestens $\Omega(n^2)$ Bewegungsschritte
- Translation, Rotation im Wechsel
- Konstruktiv!



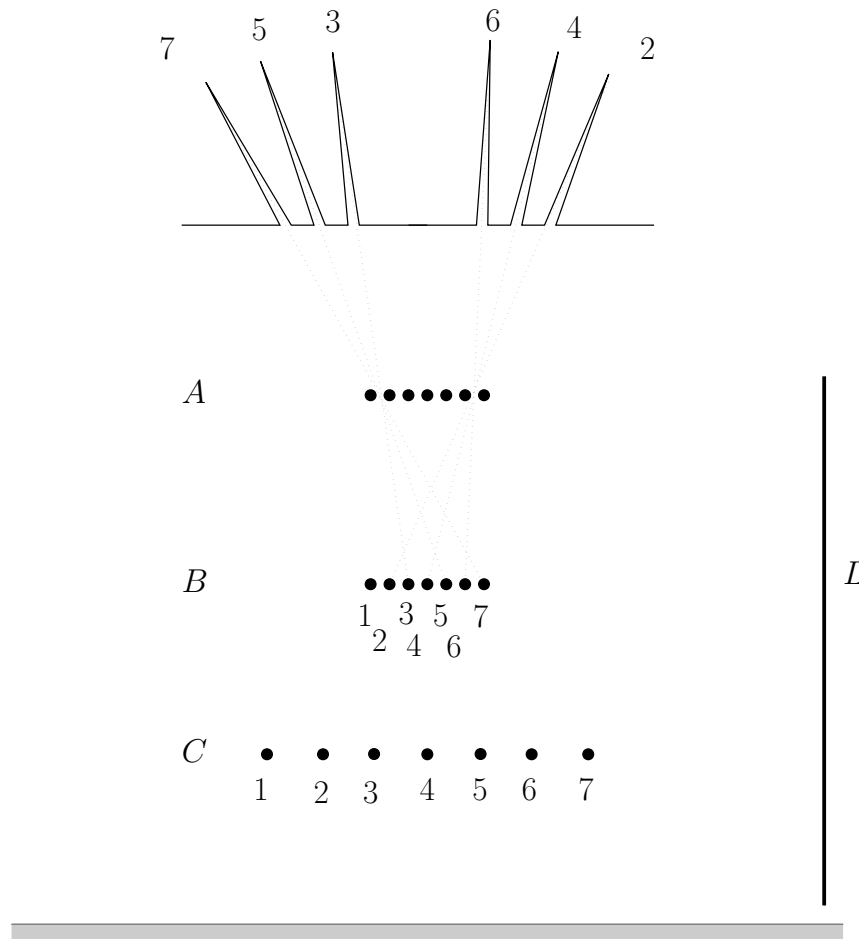
Untere Schranke! Th. 2.25

- Liniensegment bewegen
- Von s nach t in Szene mit n Kanten
- Mindestens $\Omega(n^2)$ Bewegungsschritte
- Translation, Rotation im Wechsel
- Konstruktiv!



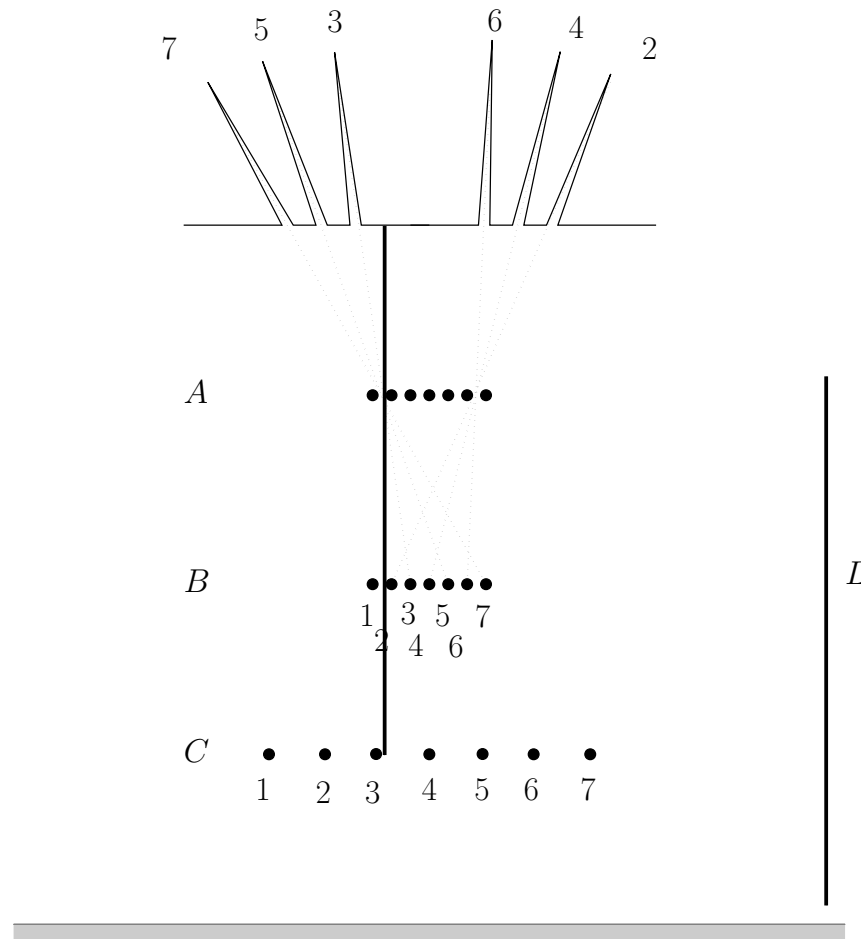
Untere Schranke! **Th. 2.24**

Untere Schranke! Th. 2.24



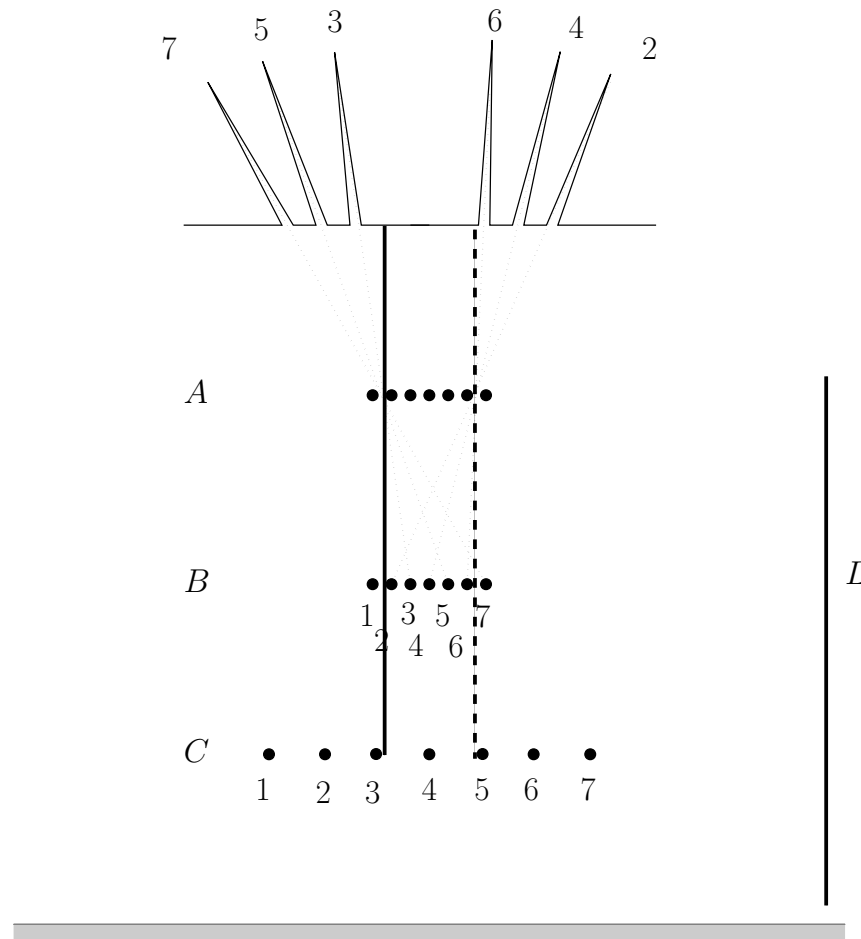
Untere Schranke! Th. 2.24

LowerBound.html

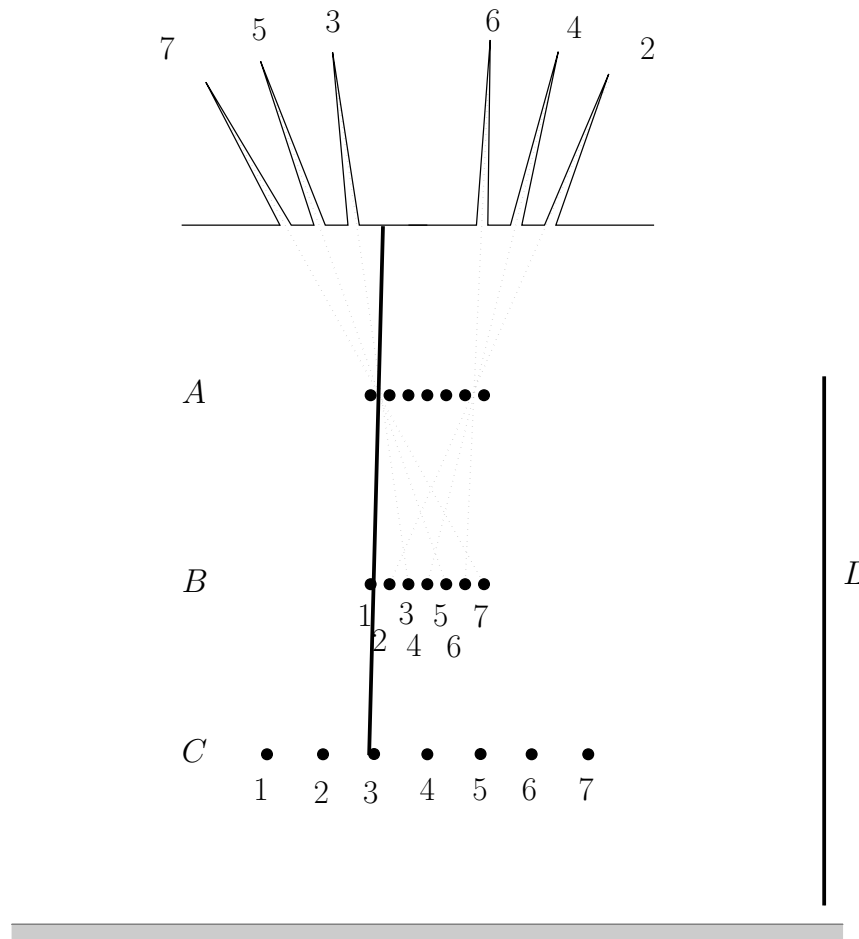


Untere Schranke! Th. 2.24

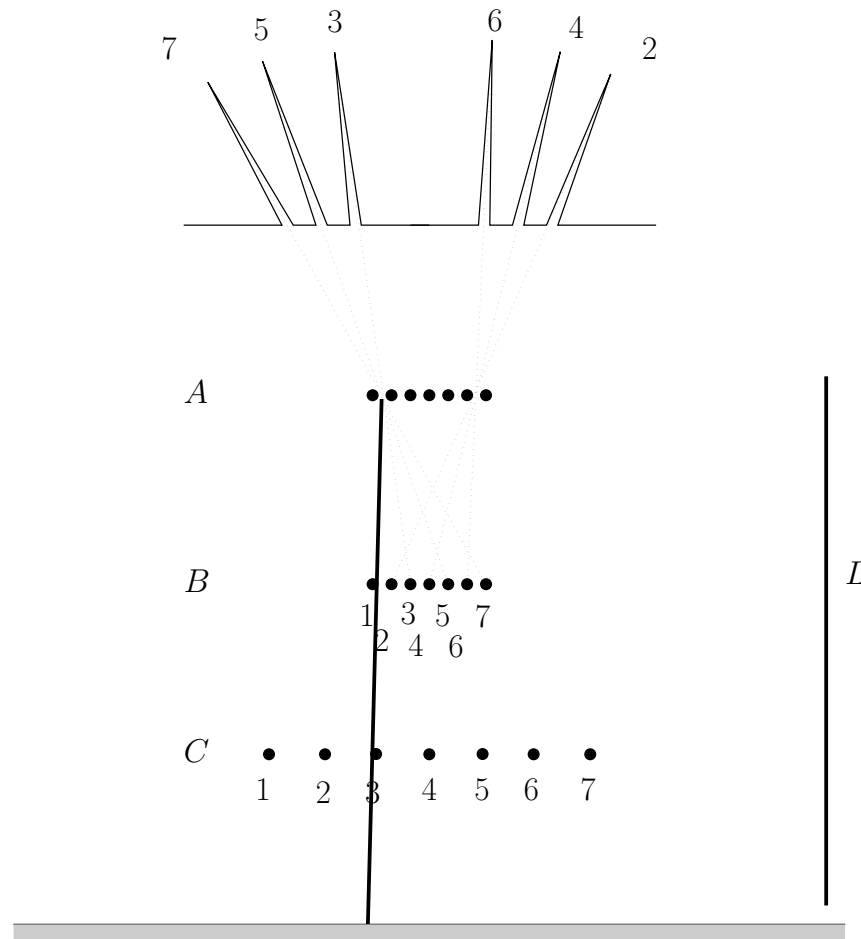
LowerBound.html



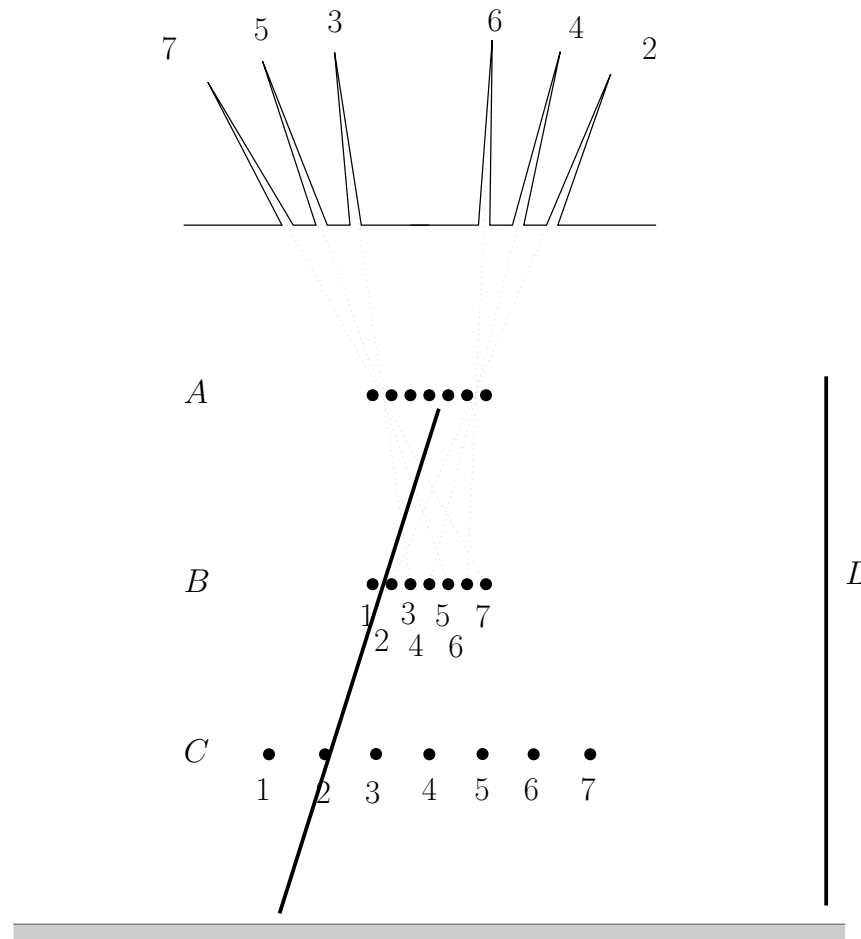
Untere Schranke! Th. 2.24



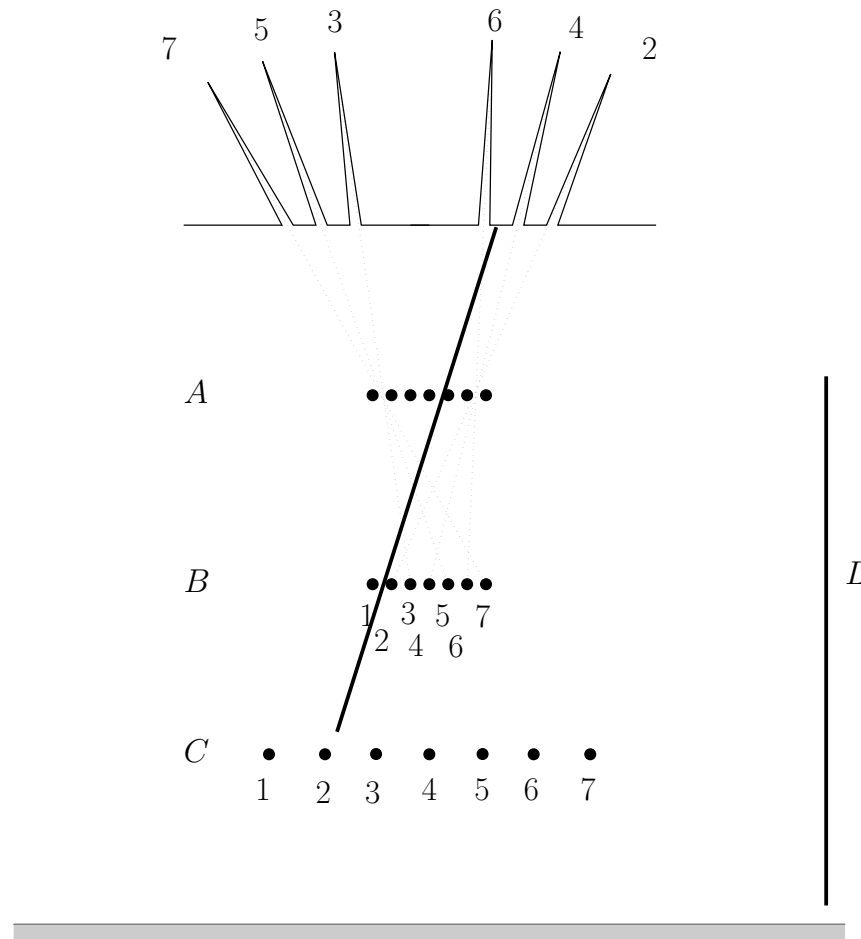
Untere Schranke! Th. 2.24



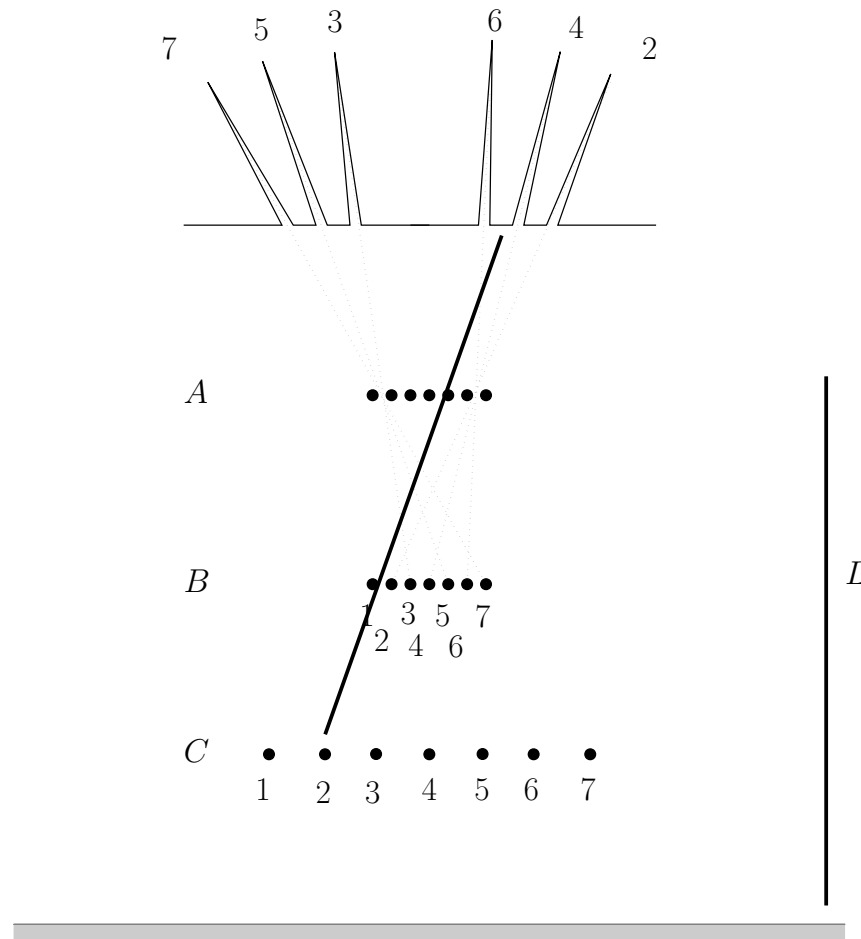
Untere Schranke! Th. 2.24



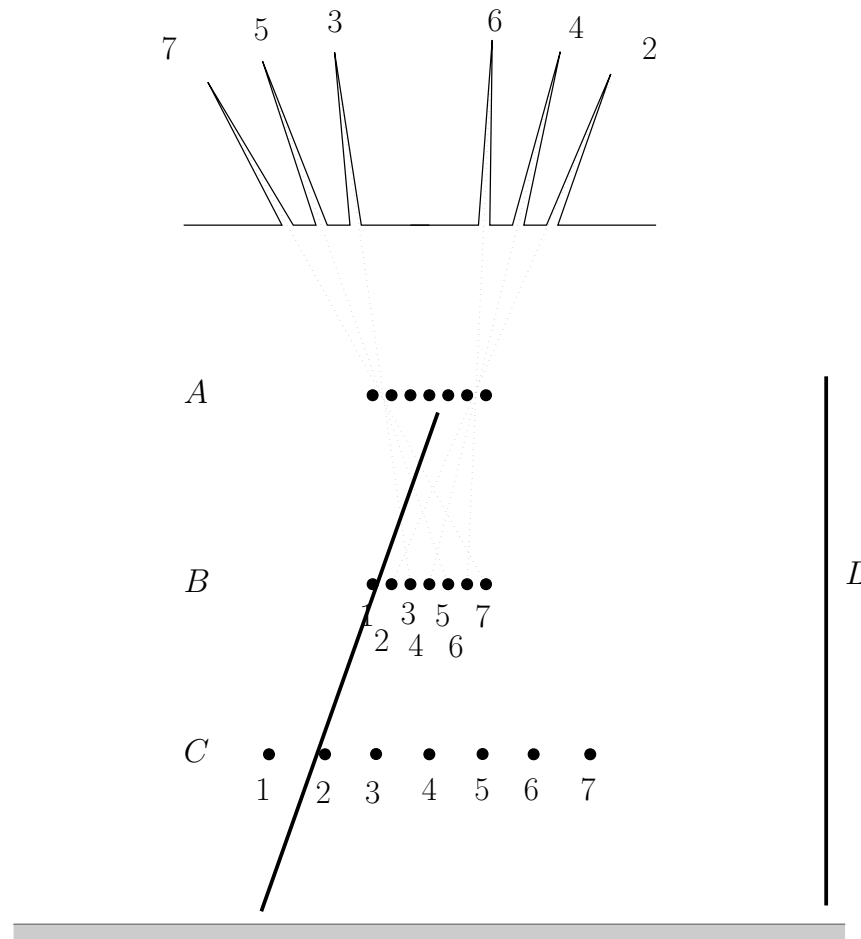
Untere Schranke! Th. 2.24



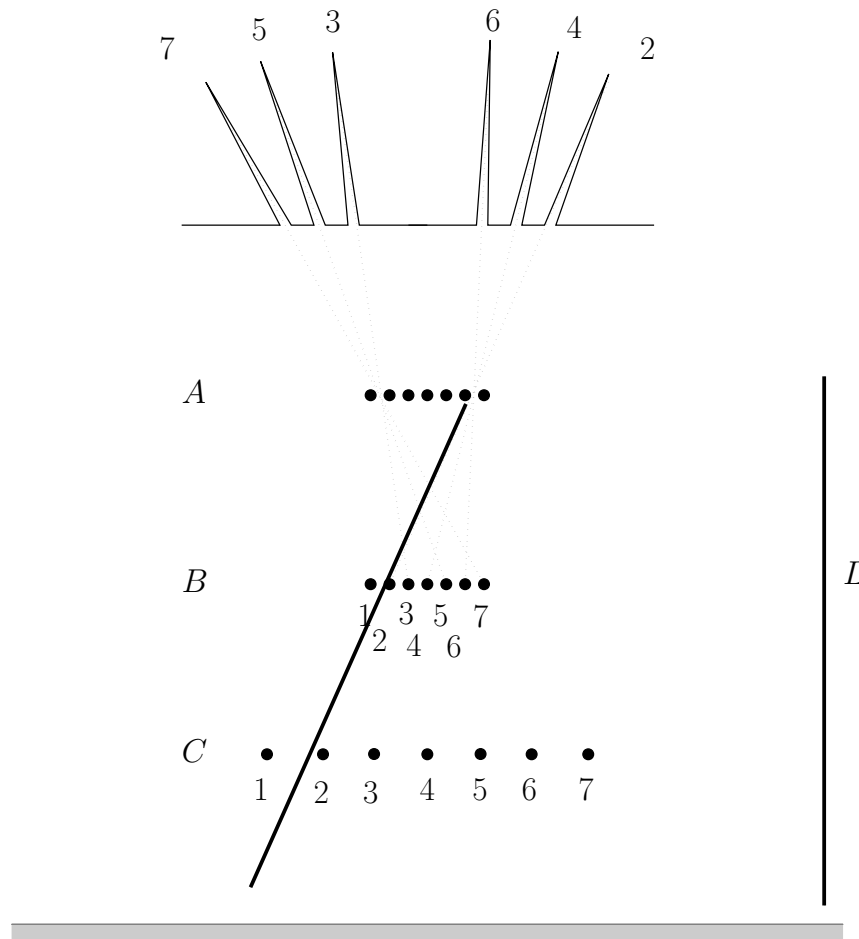
Untere Schranke! Th. 2.24



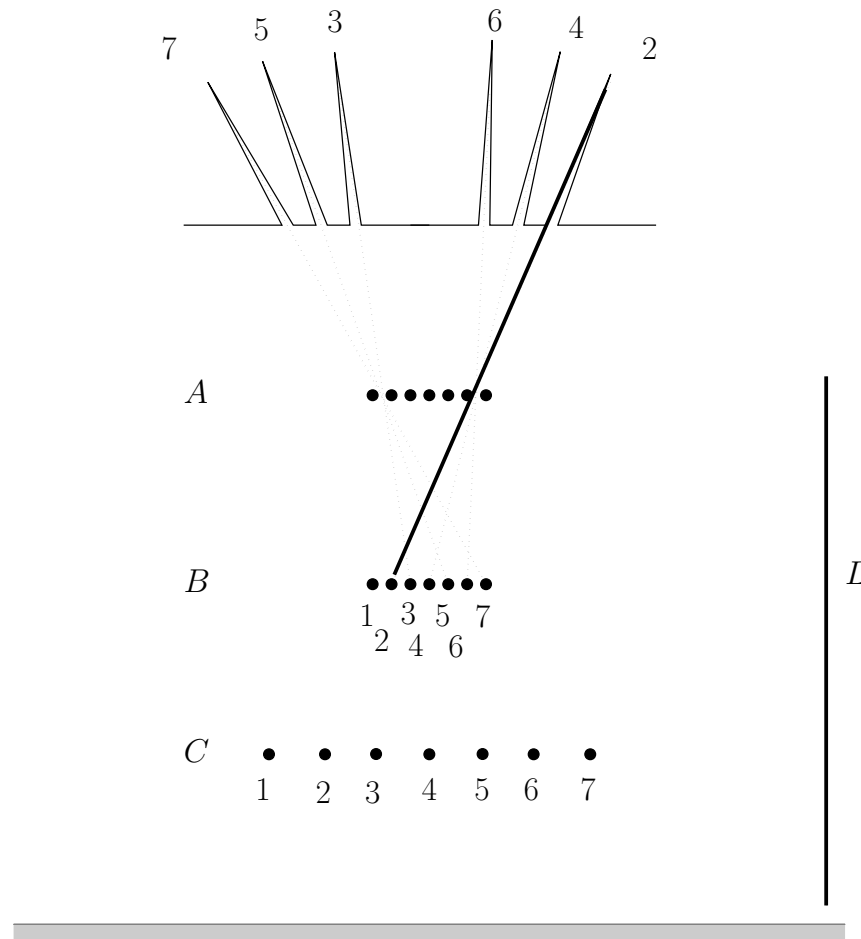
Untere Schranke! Th. 2.24



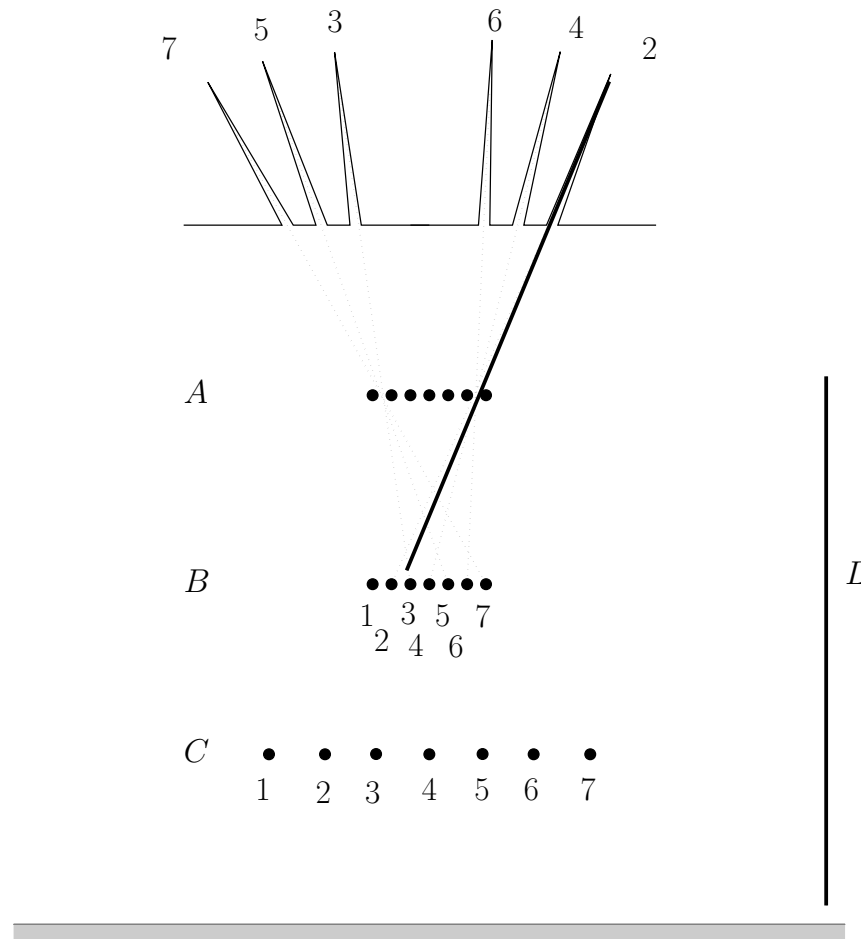
Untere Schranke! Th. 2.24



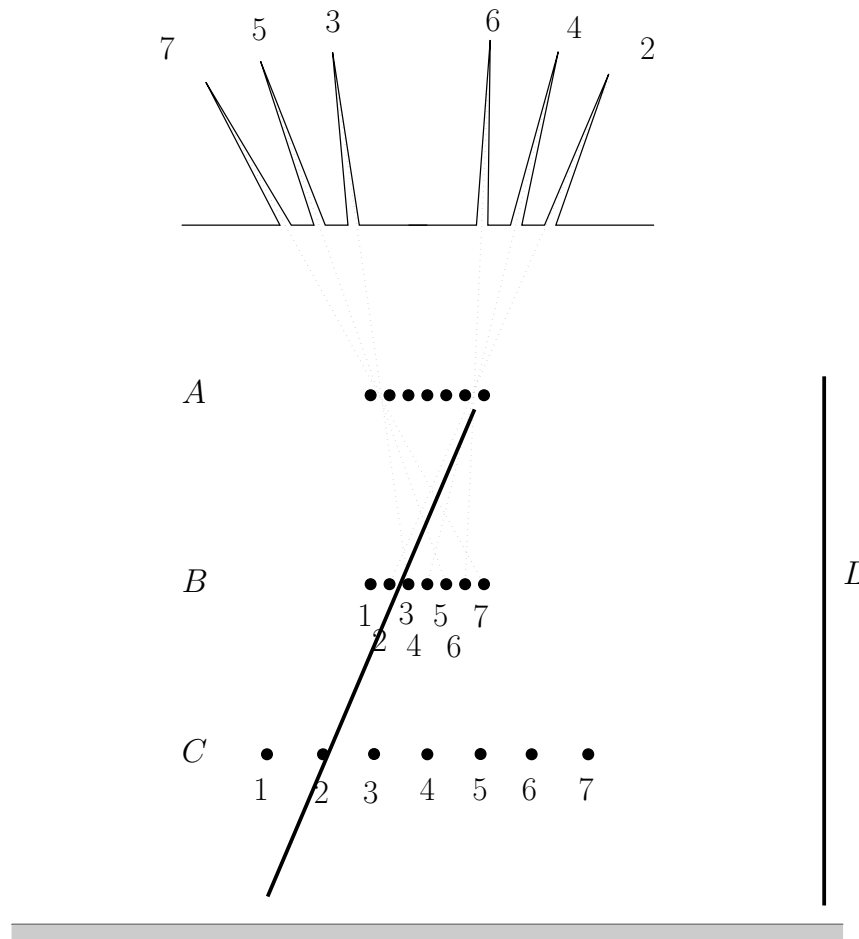
Untere Schranke! Th. 2.24



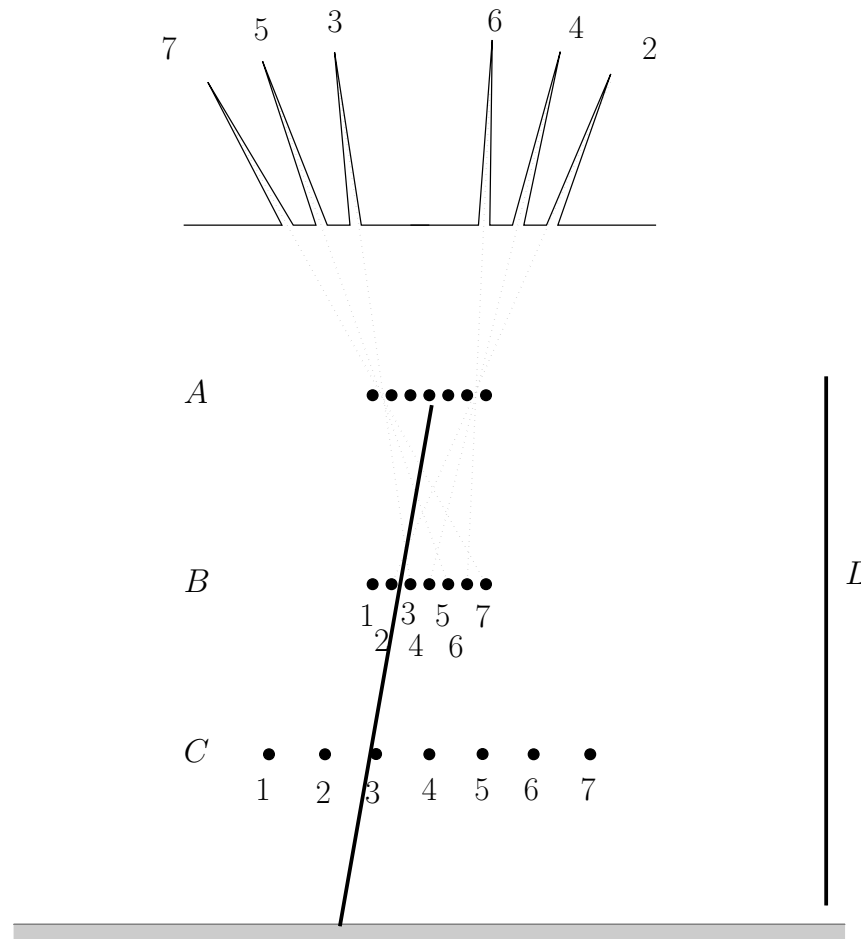
Untere Schranke! Th. 2.24



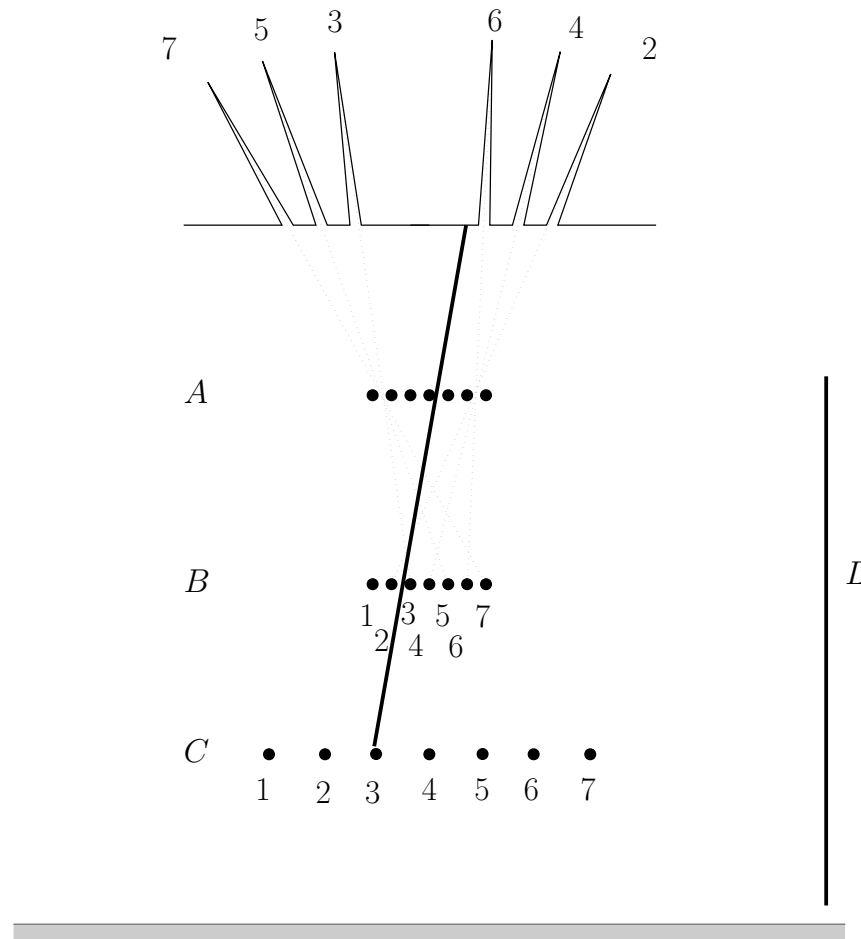
Untere Schranke! Th. 2.24



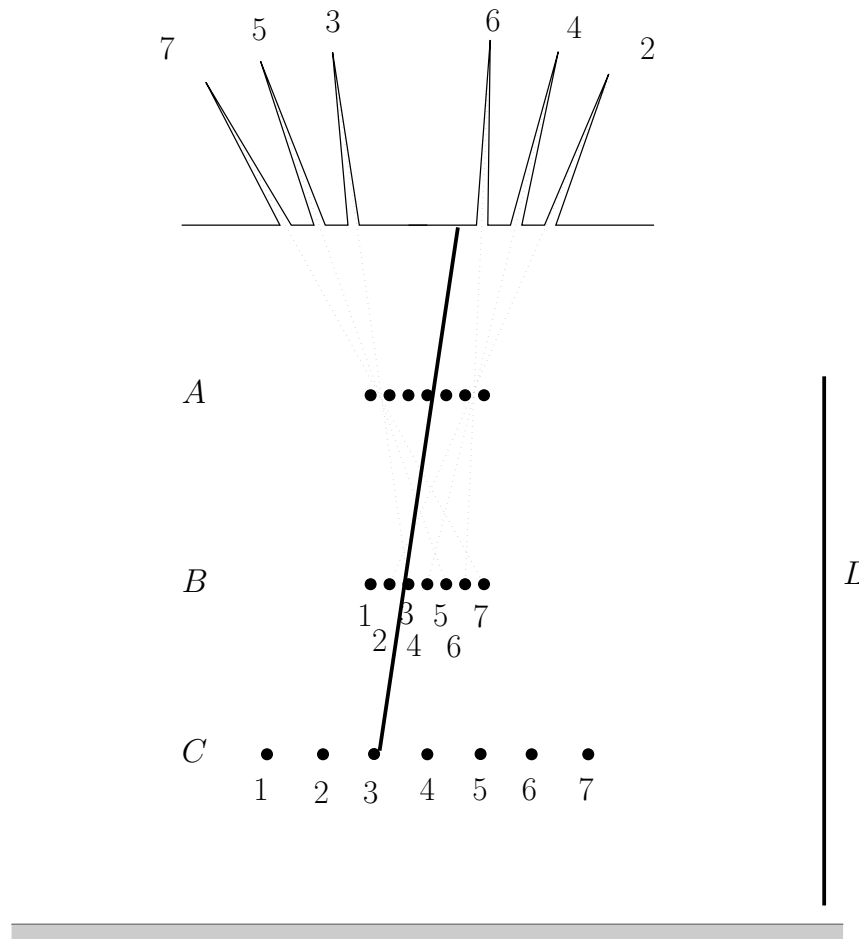
Untere Schranke! Th. 2.24



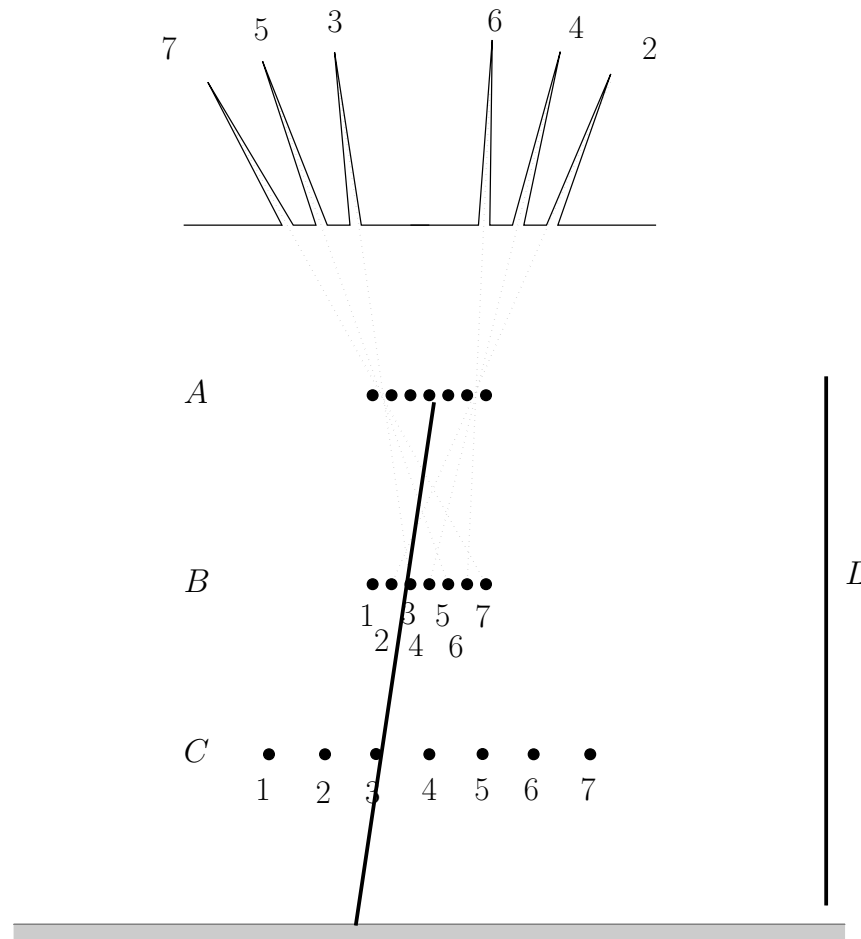
Untere Schranke! Th. 2.24



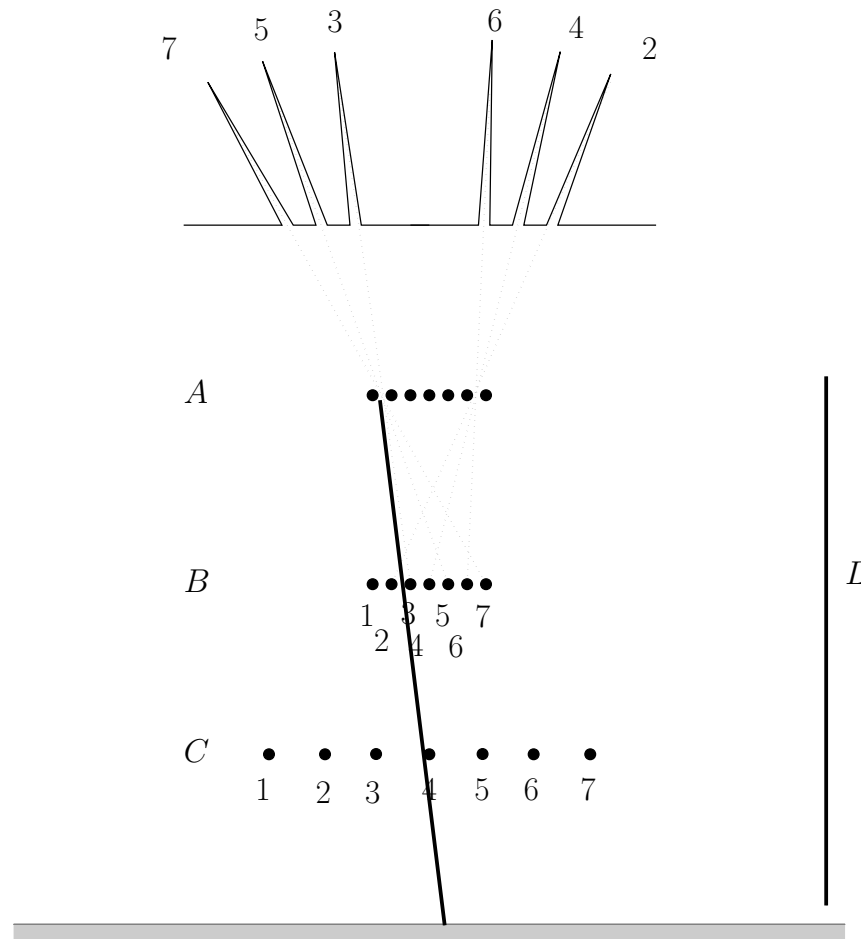
Untere Schranke! Th. 2.24



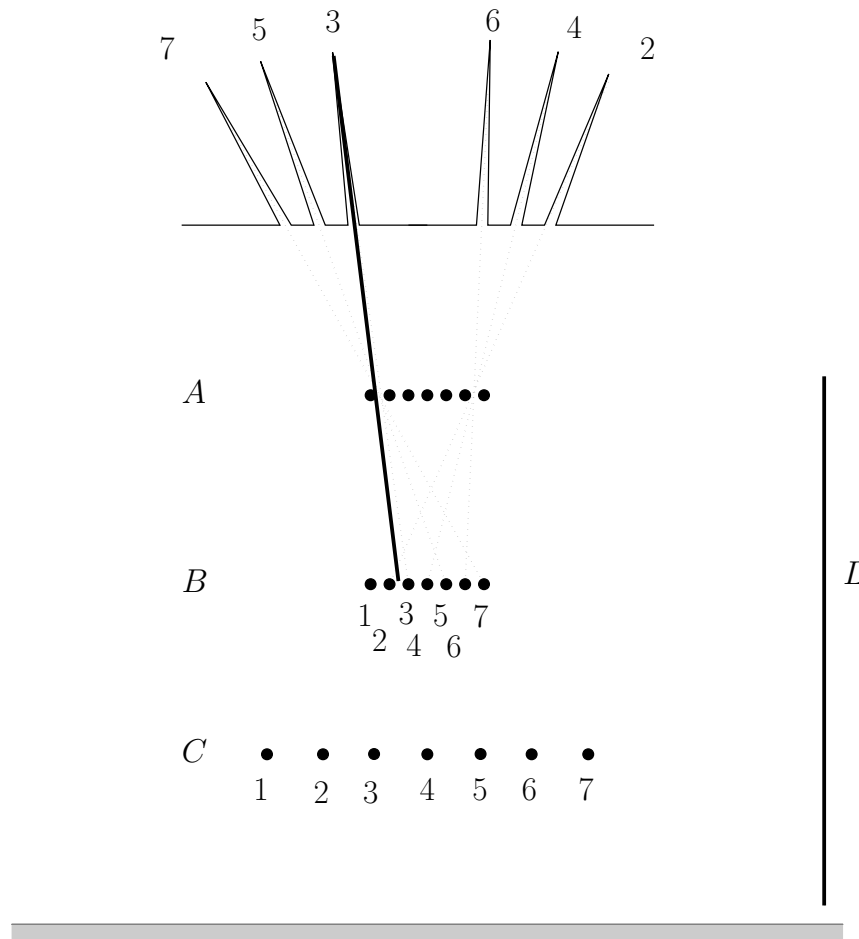
Untere Schranke! Th. 2.24



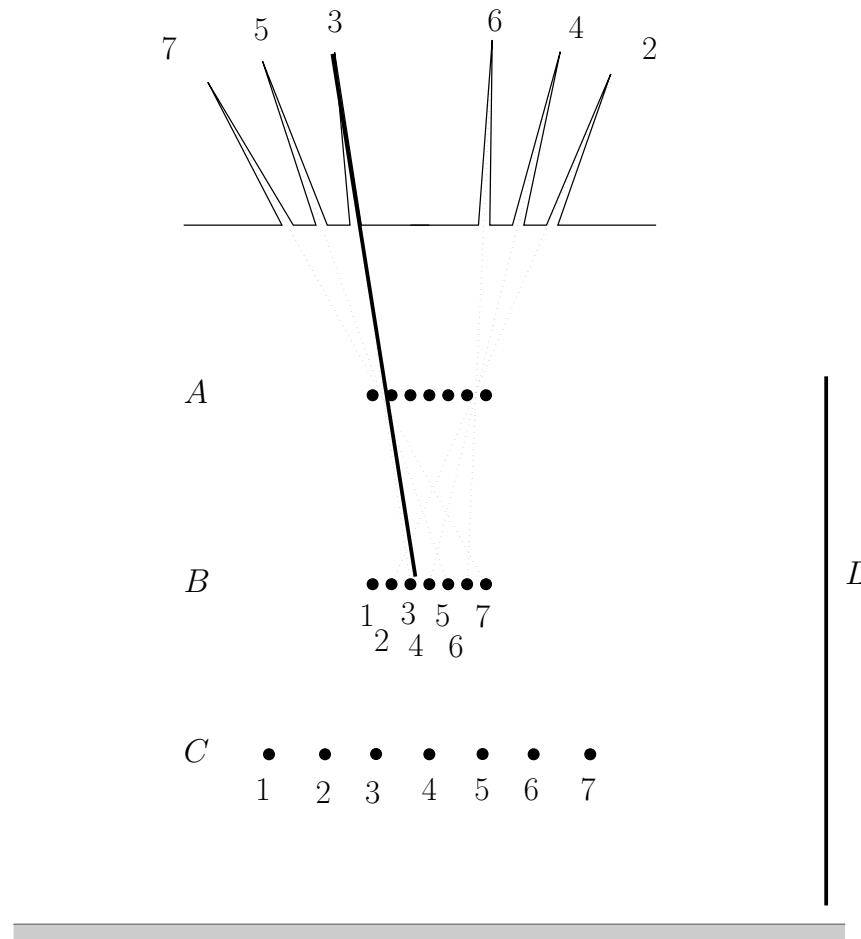
Untere Schranke! Th. 2.24



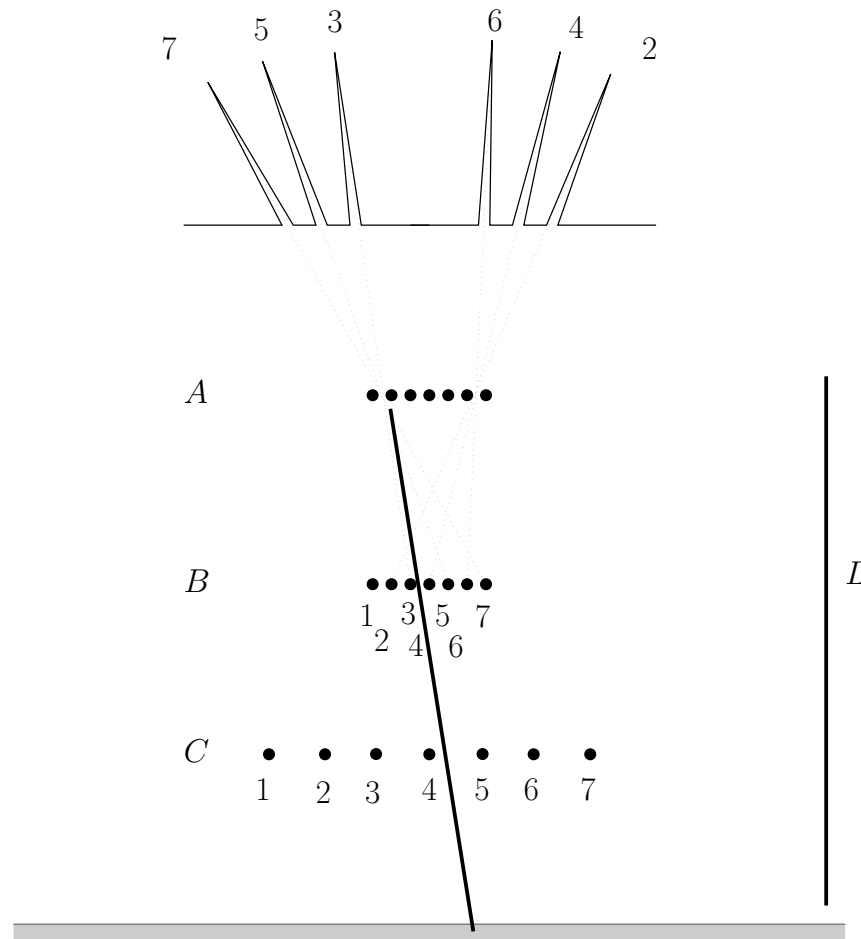
Untere Schranke! Th. 2.24



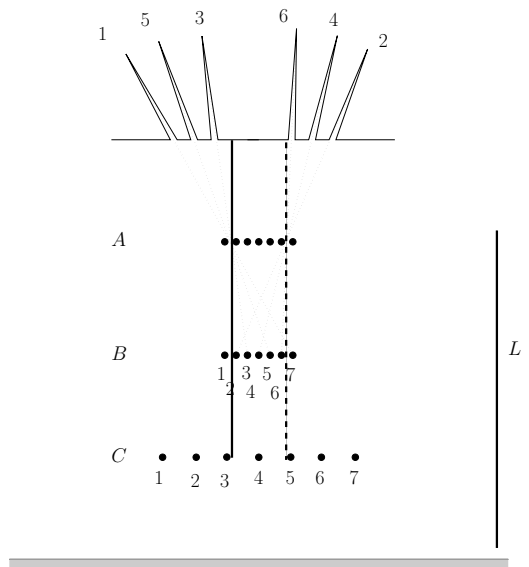
Untere Schranke! Th. 2.24



Untere Schranke! Th. 2.24

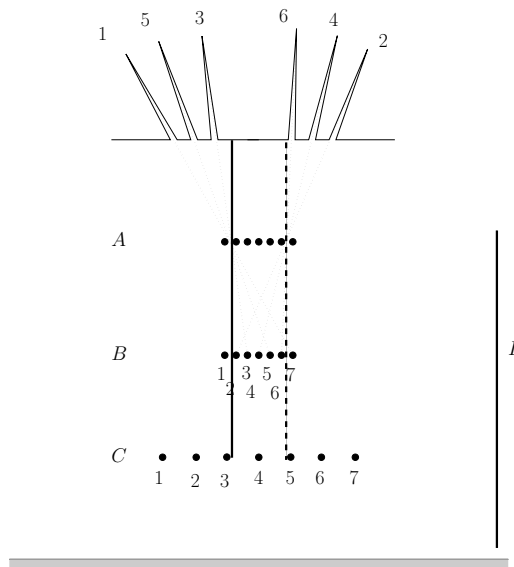


Untere Schranke! Th. 2.24



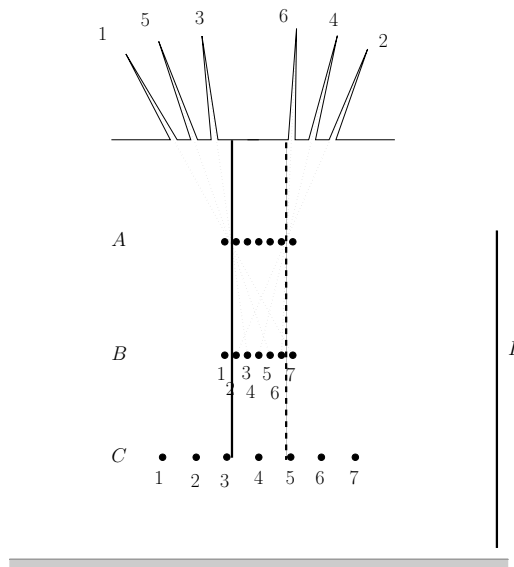
Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden,



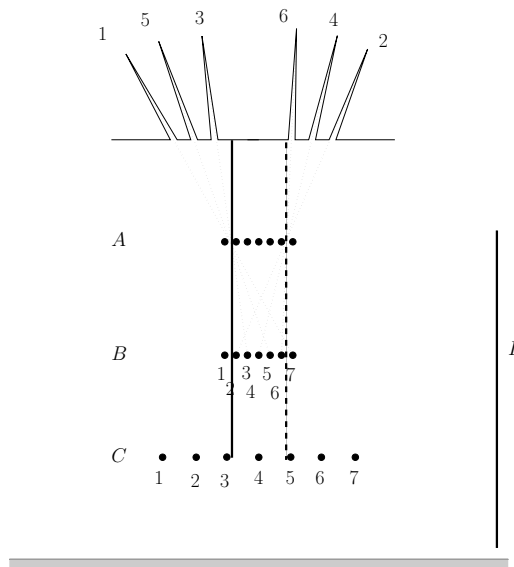
Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden, in die Kerbe



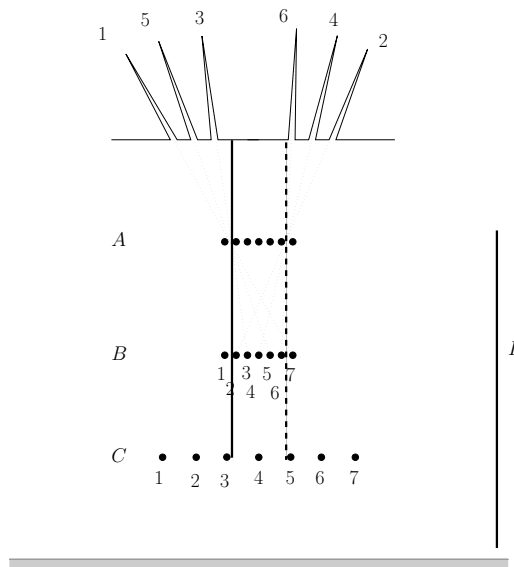
Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden, in die Kerbe
- Dazu: Sukzessive Reihe von A Blöcken überwinden



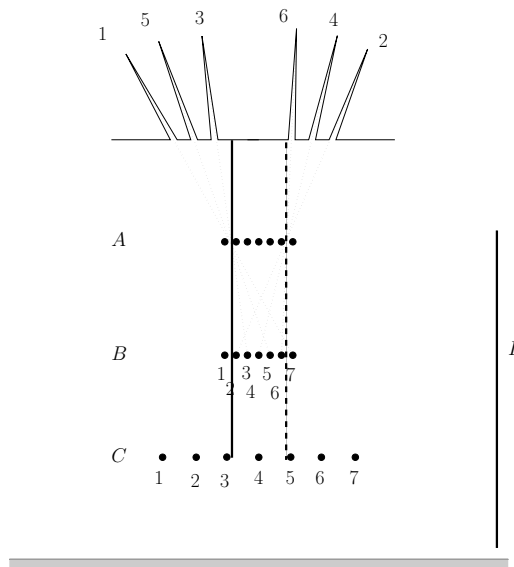
Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden, in die Kerbe
- Dazu: Sukzessive Reihe von A Blöcken überwinden
- Dazu: Sukzessive Reihe von C Blöcken überwinden



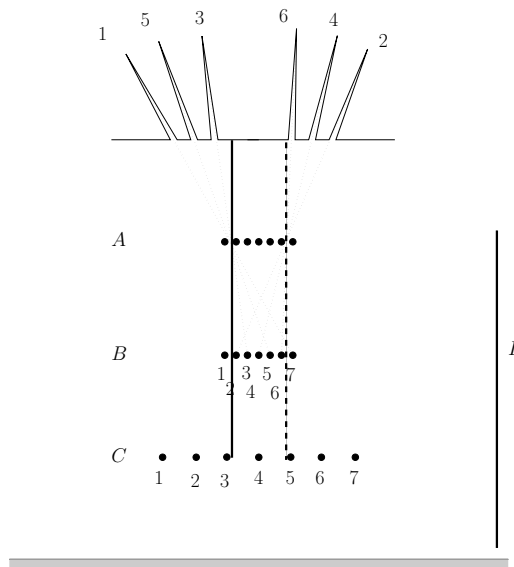
Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden, in die Kerbe
- Dazu: Sukzessive Reihe von A Blöcken überwinden
- Dazu: Sukzessive Reihe von C Blöcken überwinden
- Nächster B Block: zurück!!



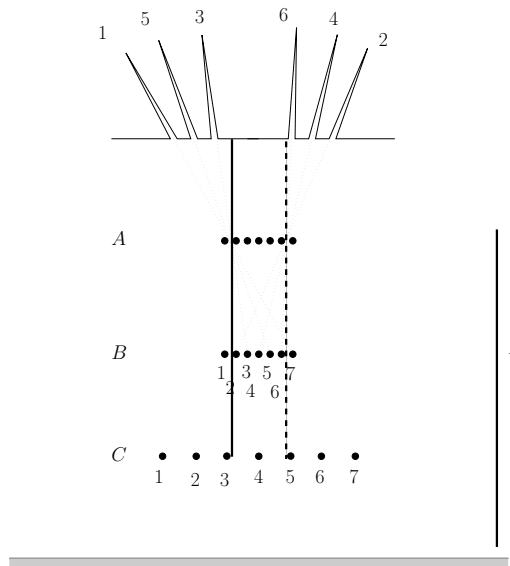
Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden, in die Kerbe
- Dazu: Sukzessive Reihe von A Blöcken überwinden
- Dazu: Sukzessive Reihe von C Blöcken überwinden
- Nächster B Block: zurück!!
- $\Omega(n)$ für jeden B -Block!

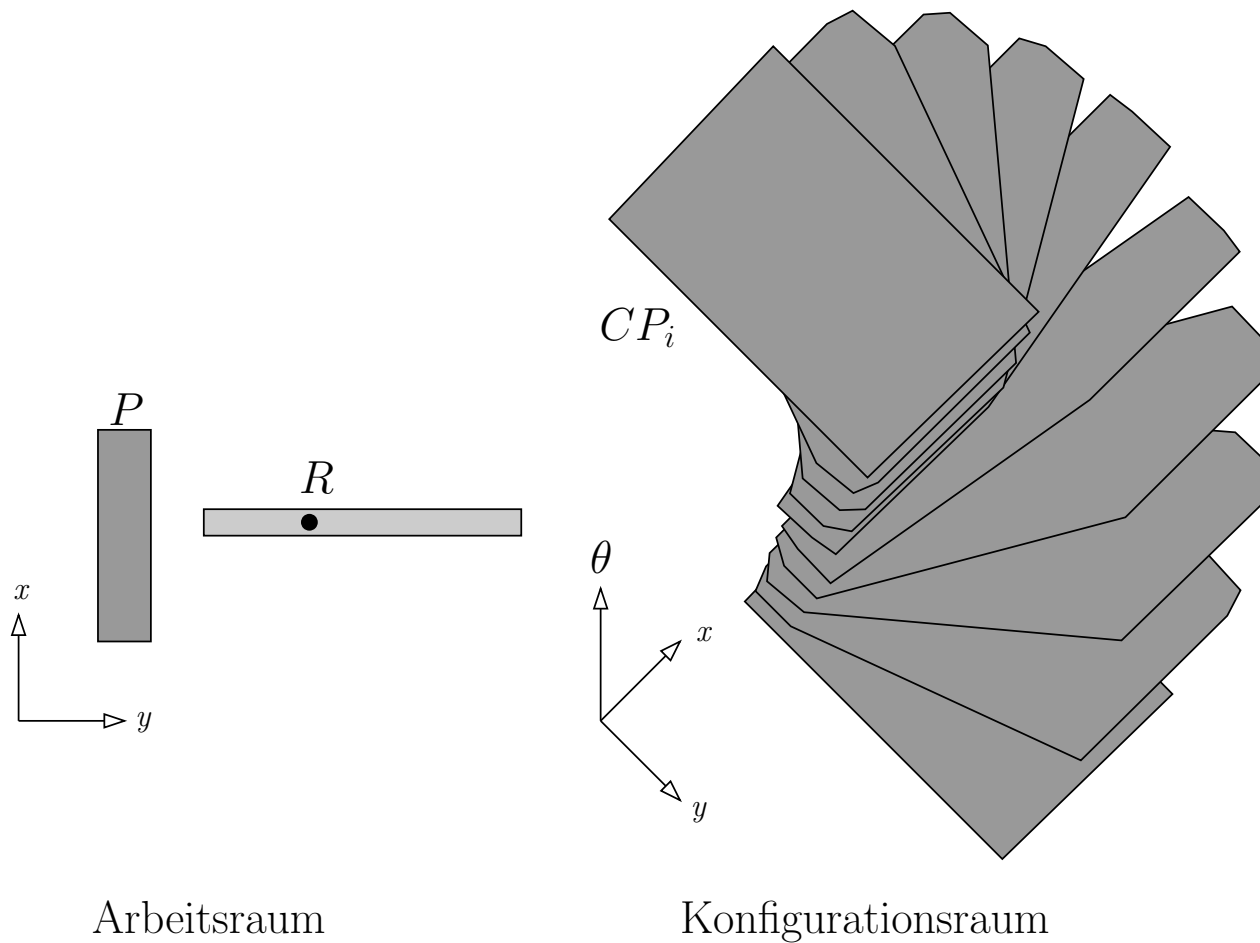


Untere Schranke! Th. 2.24

- Einen B Block überwinden, in die Kerbe
- Dazu: Sukzessive Reihe von A Blöcken überwinden
- Dazu: Sukzessive Reihe von C Blöcken überwinden
- Nächster B Block: zurück!!
- $\Omega(n)$ für jeden B -Block! n Blöcke: $\Omega(n^2)$



Berechne 3D Konfigurationsraum? Ein Hindernis!



Ideen!

Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:

Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:
 - Problem: Kurven als Kanten

Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:
 - Problem: Kurven als Kanten
- Diskrete Orientierungen:

Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:
 - Problem: Kurven als Kanten
- Diskrete Orientierungen: $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{k}$, $0 \leq i \leq k - 1$

Ideen!

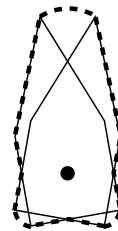
- Konfigurationsraum berechnen:
 - Problem: Kurven als Kanten
- Diskrete Orientierungen: $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{k}$, $0 \leq i \leq k - 1$
 - Vereinigung

Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:
 - Problem: Kurven als Kanten
- Diskrete Orientierungen: $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{k}$, $0 \leq i \leq k - 1$
 - Vereinigung
 - Problem: $(x, y, \theta_i), (x, y, \theta_{i+1})$ in C_{frei} , dazwischen nicht!

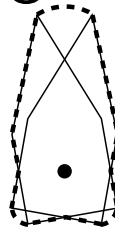
Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:
 - Problem: Kurven als Kanten
- Diskrete Orientierungen: $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{k}$, $0 \leq i \leq k - 1$
 - Vereinigung
 - Problem: $(x, y, \theta_i), (x, y, \theta_{i+1})$ in C_{frei} , dazwischen nicht!
 - Abhilfe: Vergrößern!



Ideen!

- Konfigurationsraum berechnen:
 - Problem: Kurven als Kanten
- Diskrete Orientierungen: $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{k}$, $0 \leq i \leq k - 1$
 - Vereinigung
 - Problem: $(x, y, \theta_i), (x, y, \theta_{i+1})$ in C_{frei} , dazwischen nicht!
 - Abhilfe: Vergrößern!
 - Keine Korrekte Bahnplanung!



Kritische Platzierung: 2.3.1

Kritische Platzierung: 2.3.1

- Ansatz: Wann ändert sich der Konfigurationsraum substantiell

Kritische Platzierung: 2.3.1

- Ansatz: Wann ändert sich der Konfigurationsraum substantiell
- Neue *Kante*, neuer Knoten

Kritische Platzierung: 2.3.1

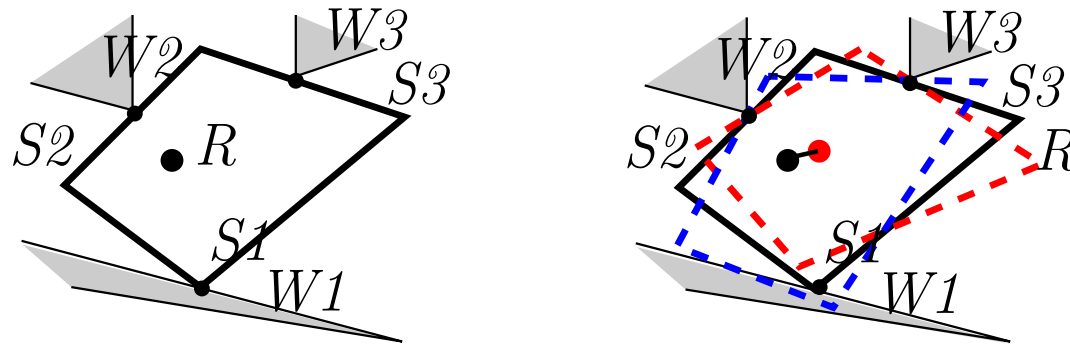
- Ansatz: Wann ändert sich der Konfigurationsraum substantiell
- Neue *Kante*, neuer Knoten
- Definition: Kritische Platzierungen

Kritische Platzierung: 2.3.1

- Ansatz: Wann ändert sich der Konfigurationsraum substantiell
- Neue *Kante*, neuer Knoten
- Definition: Kritische Platzierungen
- Zum Beispiel bei Kontakten mit Hindernissen!

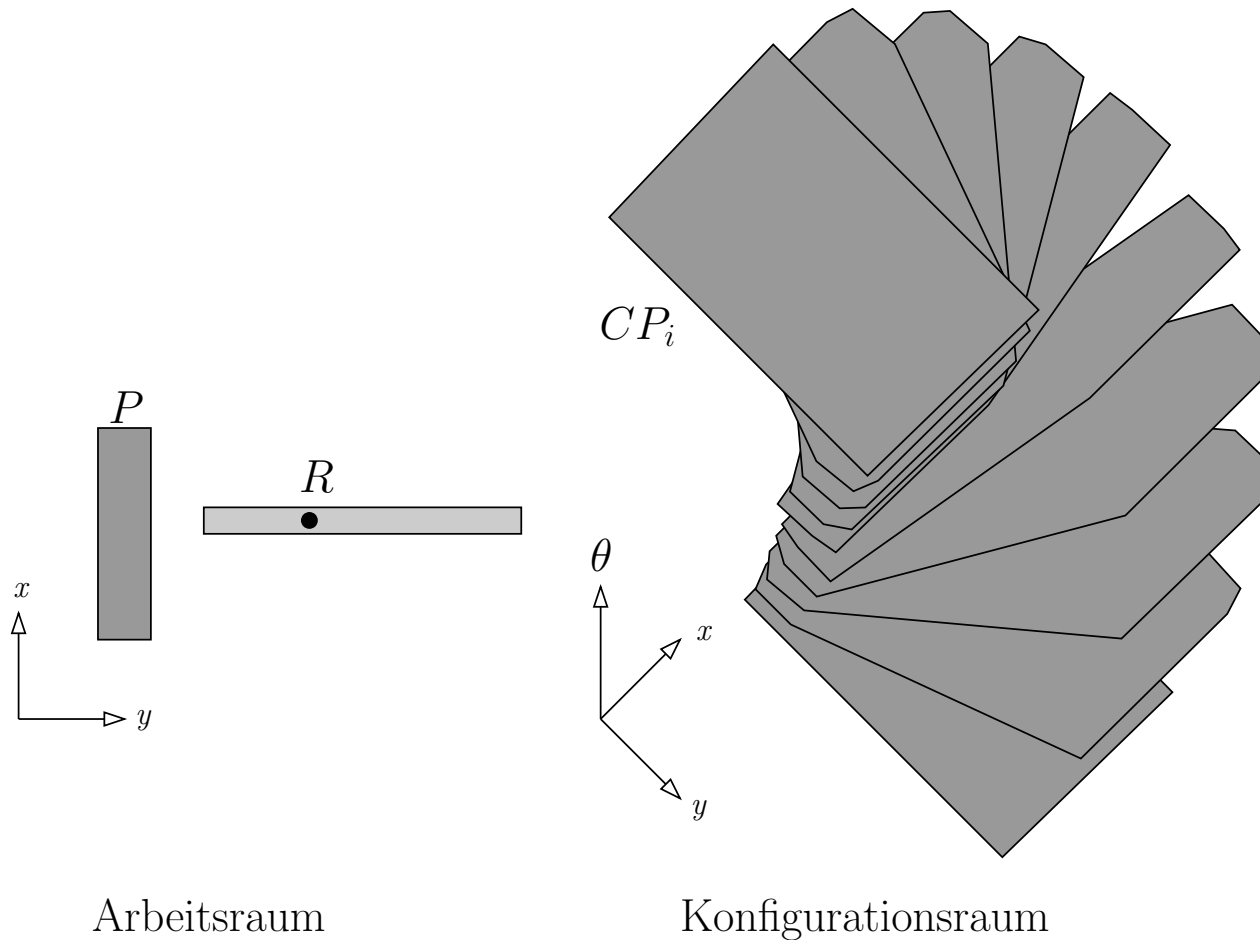
Kritische Platzierung: 2.3.1

- Ansatz: Wann ändert sich der Konfigurationsraum substantiell
- Neue *Kante*, neuer Knoten
- Definition: Kritische Platzierungen
- Zum Beispiel bei Kontakten mit Hindernissen!



Änderung des Konfigurationsraumes!

Auch bei Wechsel parallel und nicht-parallel! Neue Knoten



Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

Kontaktpaar $O = (W, S)$,

Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

Kontaktpaar $O = (W, S)$, W berührt S

Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

Kontaktpaar $O = (W, S)$, W berührt S

- i) W ist eine Hinderniskante und S eine Roboterecke (Typ I) oder
- ii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterkante (Typ II) oder
- iii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterecke (Typ III)

Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

Kontaktpaar $O = (W, S)$, W berührt S

- i) W ist eine Hinderniskante und S eine Roboterecke (Typ I) oder
- ii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterkante (Typ II) oder
- iii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterecke (Typ III)

Freie Platzierung (x, y, θ) :

Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

Kontaktpaar $O = (W, S)$, W berührt S

- i) W ist eine Hinderniskante und S eine Roboterecke (Typ I) oder
- ii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterkante (Typ II) oder
- iii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterecke (Typ III)

Freie Platzierung (x, y, θ) : Kritische Platzierung

Kritische Platzierungen **Def.: 2.27**

R konvexer Roboter m Ecken, P_i polygonale Hindernisse

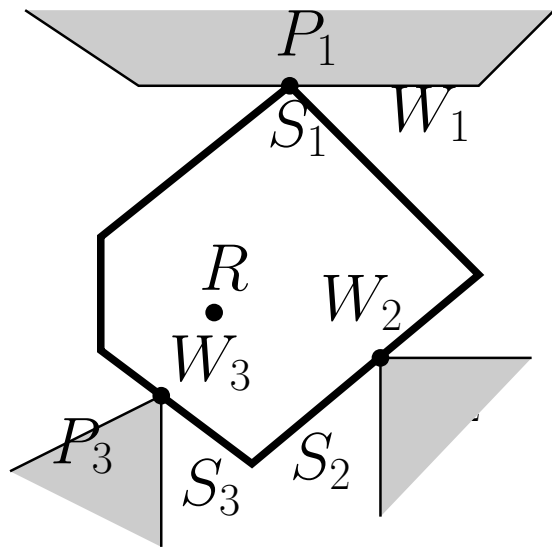
Kontaktpaar $O = (W, S)$, W berührt S

- i) W ist eine Hinderniskante und S eine Roboterecke (Typ I) oder
- ii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterkante (Typ II) oder
- iii) W ist eine Hindernisecke und S eine Roboterecke (Typ III)

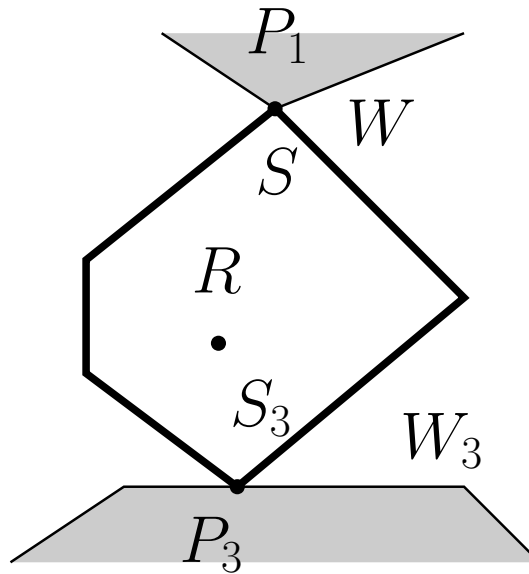
Freie Platzierung (x, y, θ) : Kritische Platzierung

- drei paarweise verschiedene Kontaktpaare vom Typ I oder II oder
- Kontaktpaar vom Typ III und Kontaktpaar vom Typ I oder II

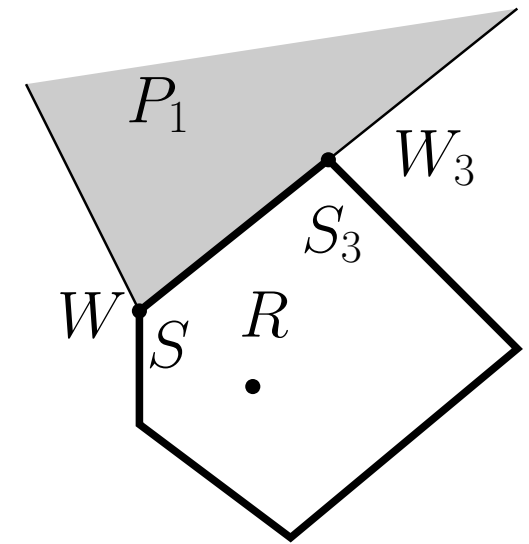
Kritische Platzierungen Def.: 2.27



(i)



(ii)



(iii)

Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!

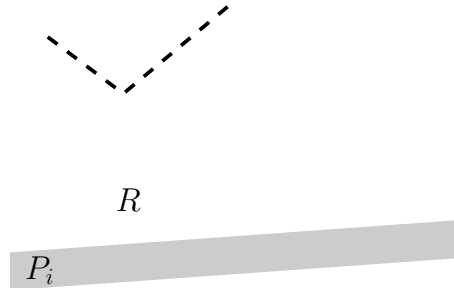
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



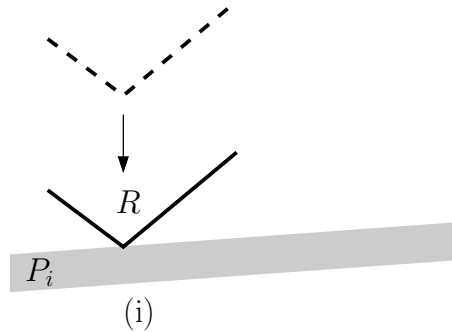
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



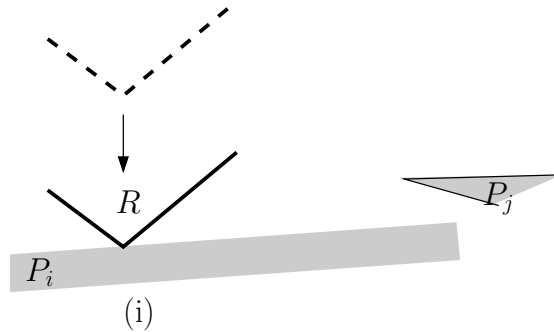
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



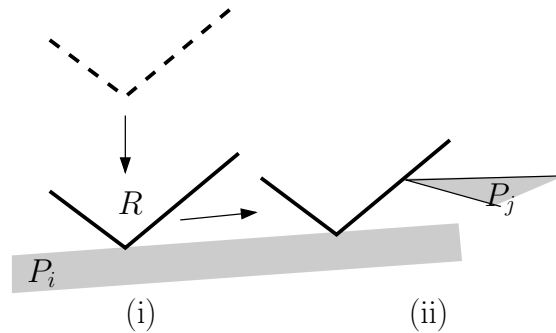
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



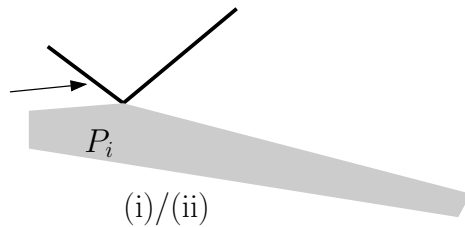
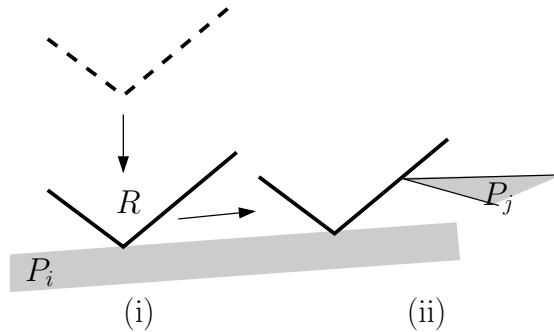
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



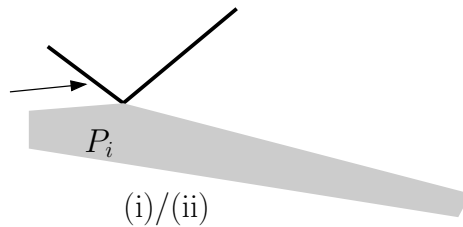
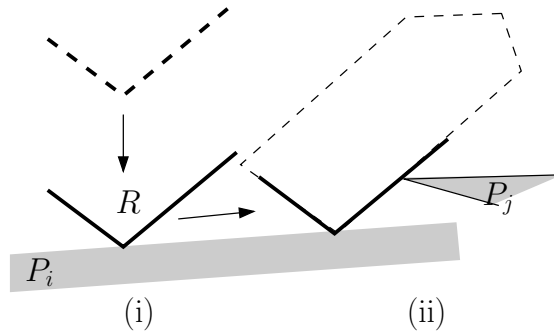
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



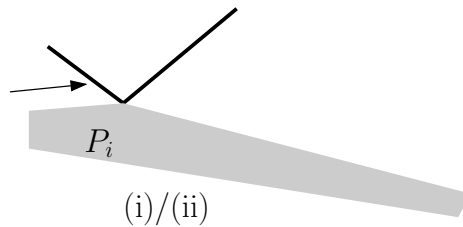
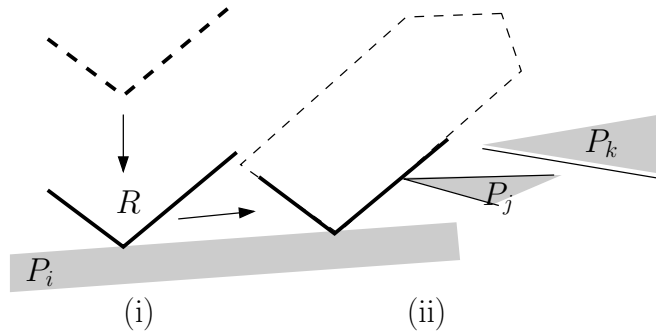
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



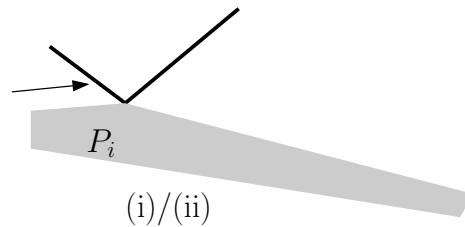
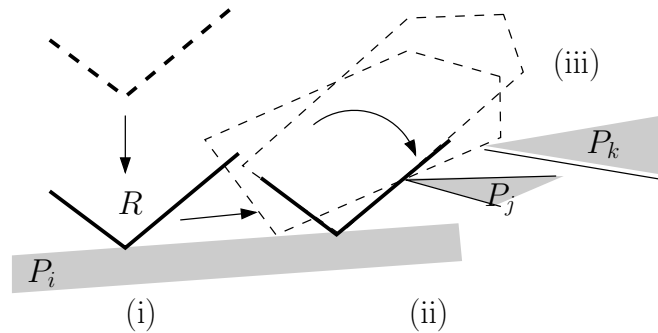
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



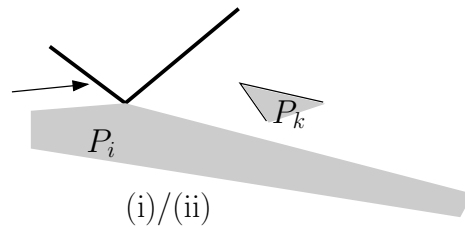
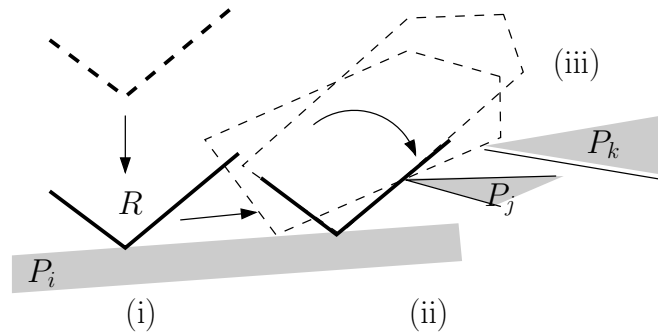
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



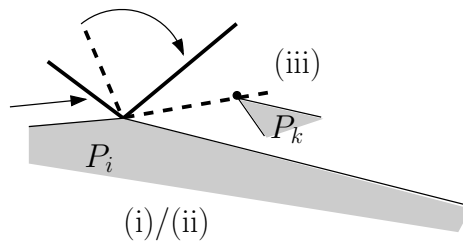
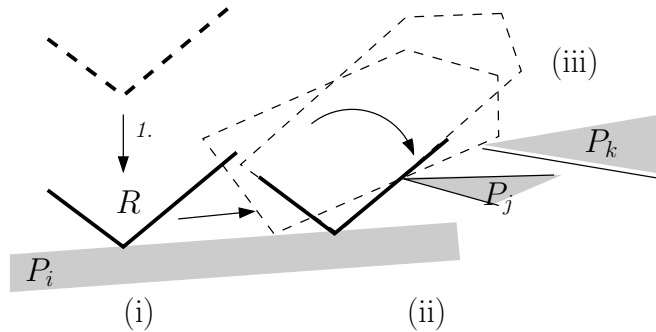
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



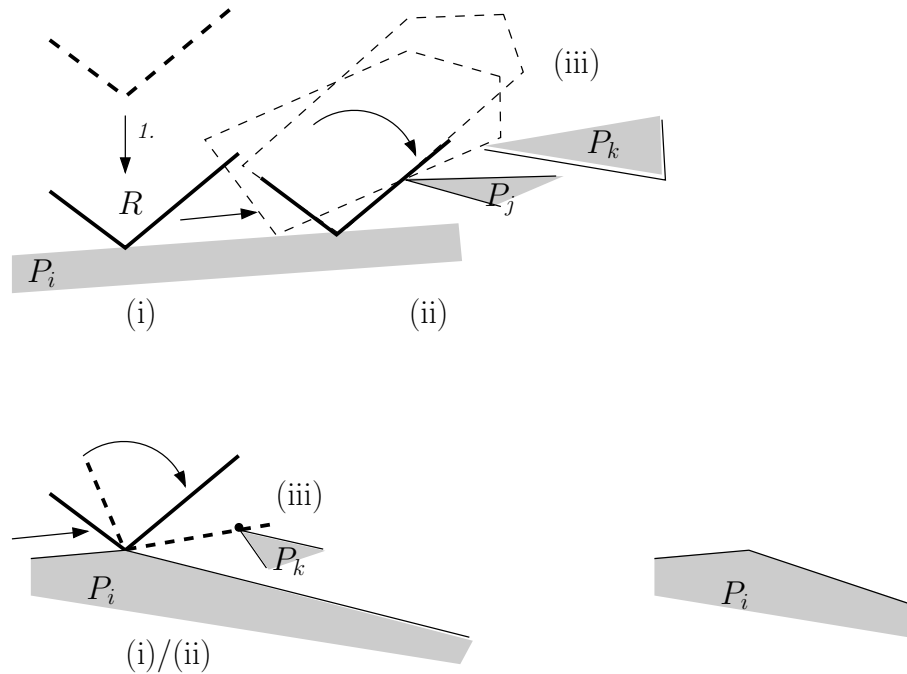
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



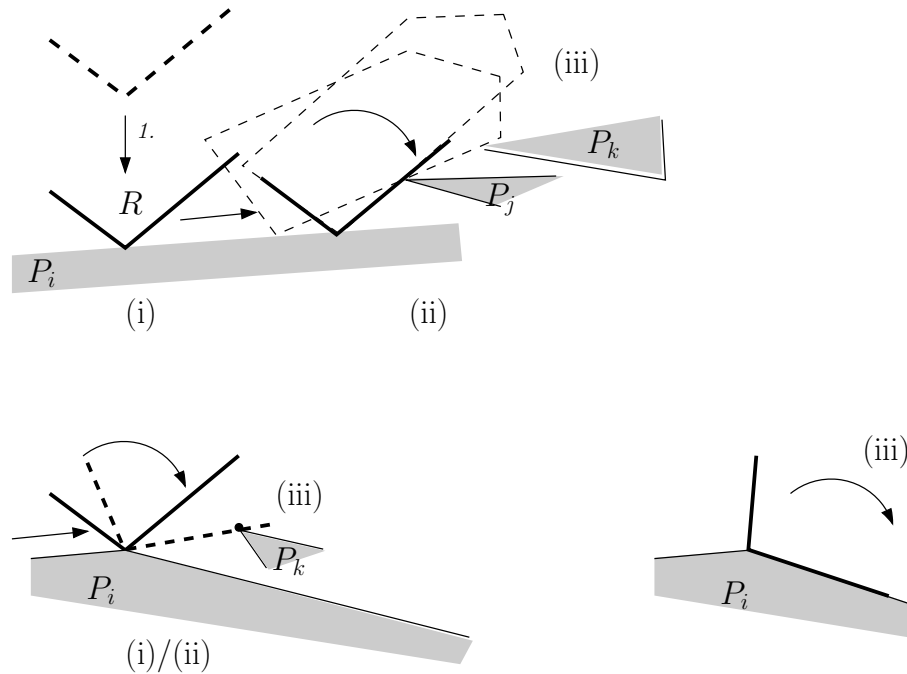
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



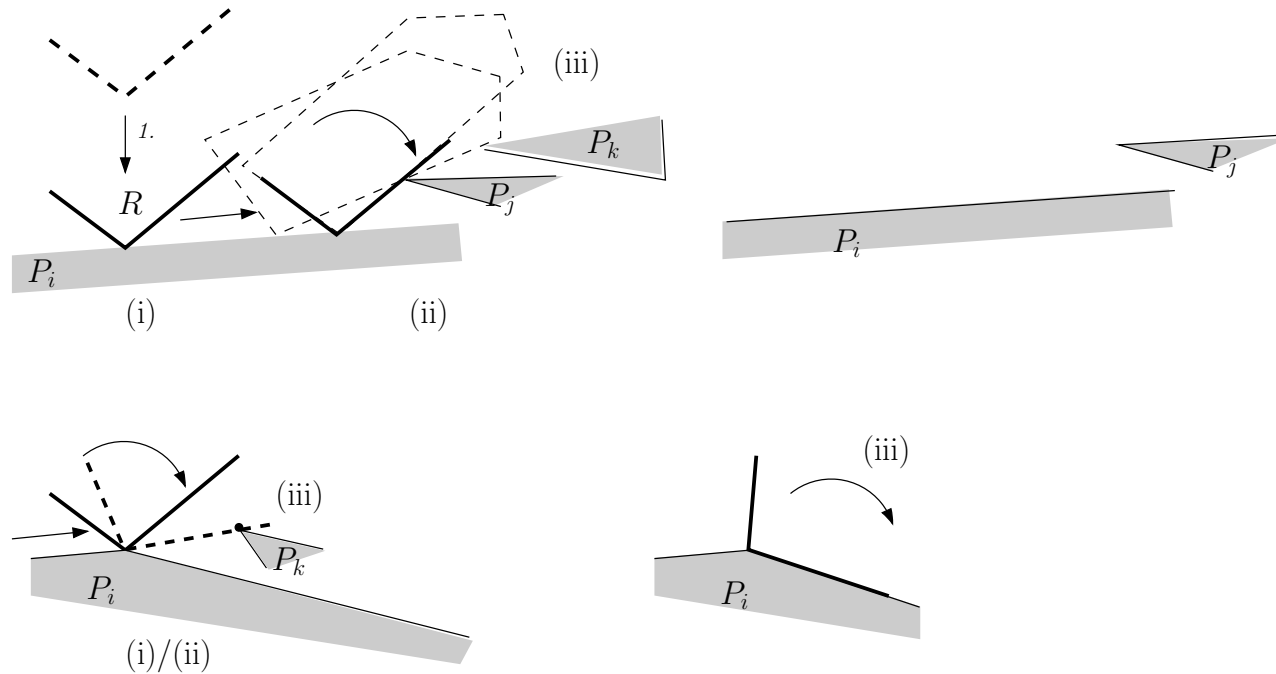
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



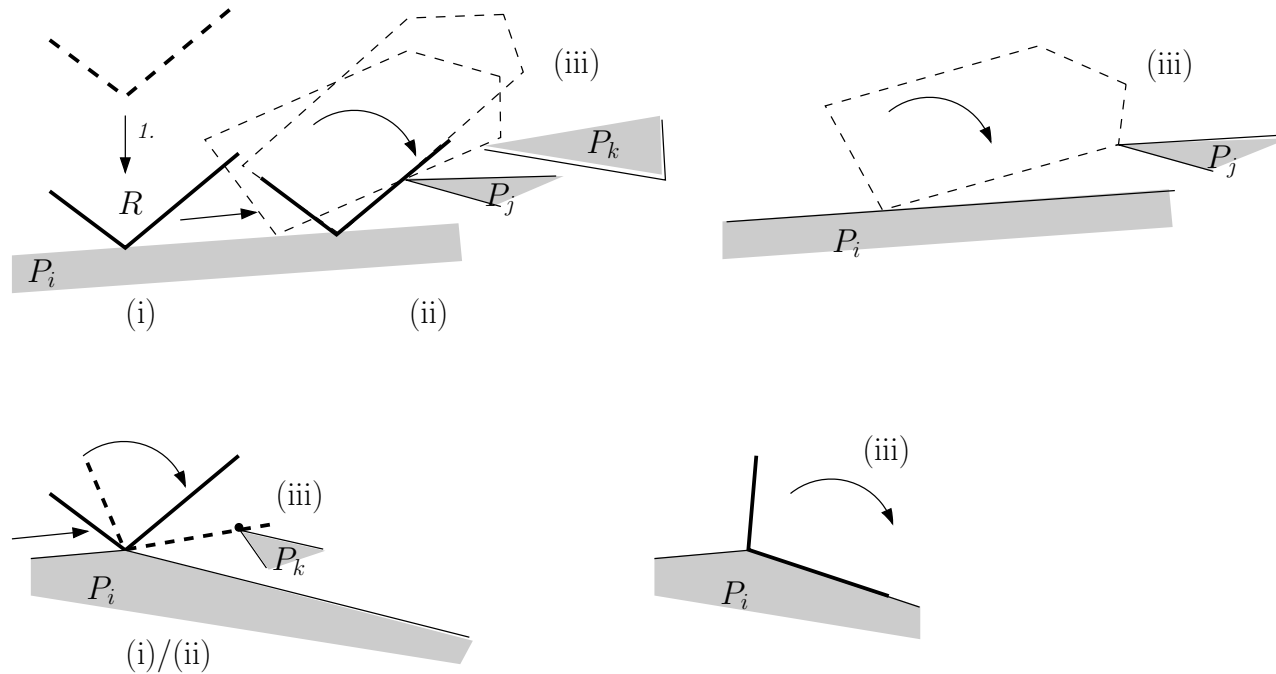
Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



Zelle C_{frei} : Kritische Platzierungen **Lem.: 2.28**

Jede Zelle von C_{frei} besitzt Krit. Platzierung!



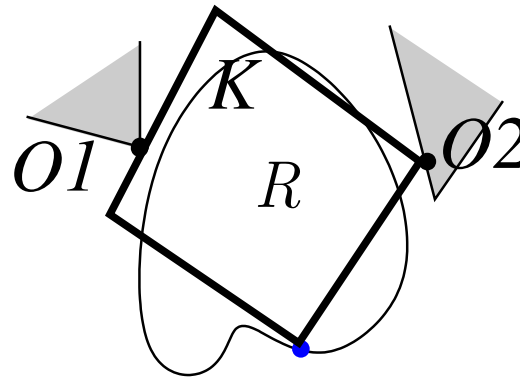
Kurven in C_{frei} ! **Bem. 2.29**

Kurven in C_{frei} ! **Bem. 2.29**

- Zwei Kontakte behalten

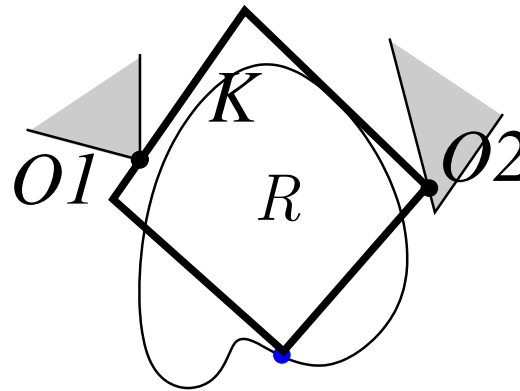
Kurven in C_{frei} ! **Bem. 2.29**

- Zwei Kontakte behalten
- Kurve eines Referenzpunktes (x, y)



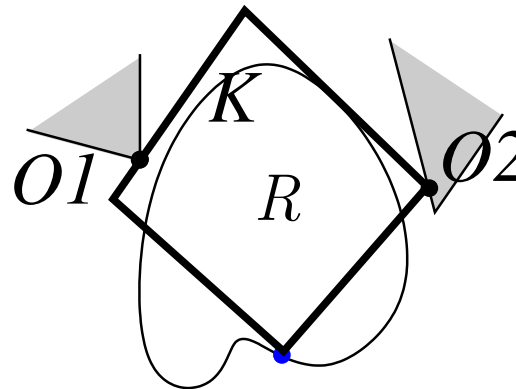
Kurven in C_{frei} ! **Bem. 2.29**

- Zwei Kontakte behalten
- Kurve eines Referenzpunktes (x, y)



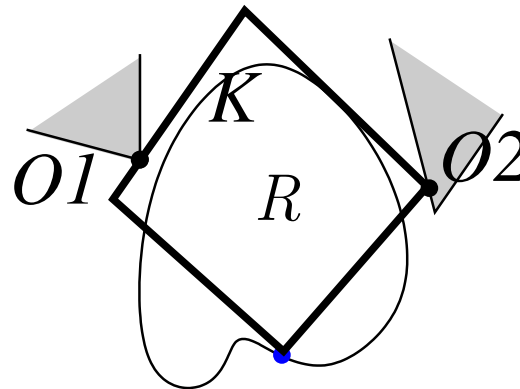
Kurven in C_{frei} ! **Bem. 2.29**

- Zwei Kontakte behalten
- Kurve eines Referenzpunktes (x, y)
- Parametrisierung: Grad 4

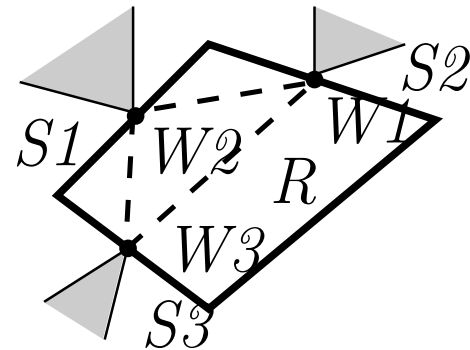
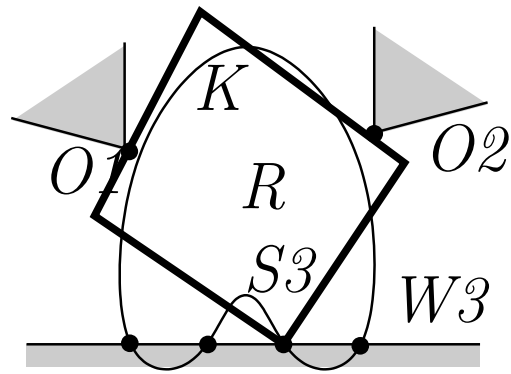


Kurven in C_{frei} ! **Bem. 2.29**

- Zwei Kontakte behalten
- Kurve eines Referenzpunktes (x, y)
- Parametrisierung: Grad 4 (Übungsaufgabe)

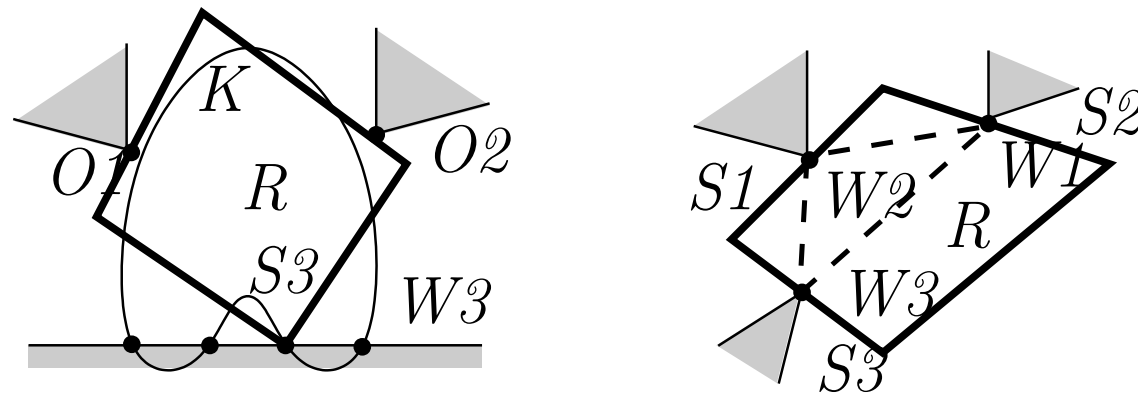


Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**



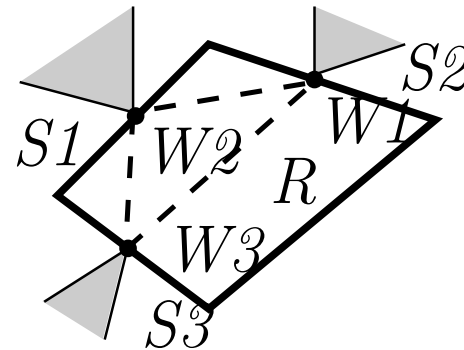
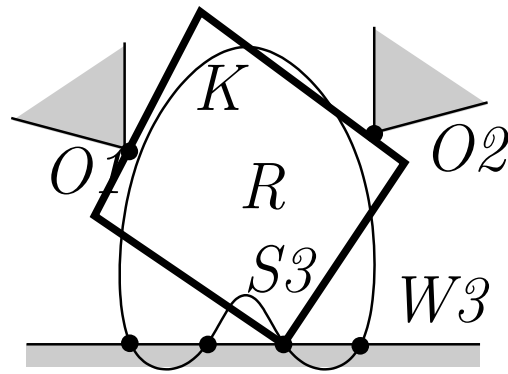
Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**

- Drei Kontaktpaare $O_i = (W_i, S_i)$



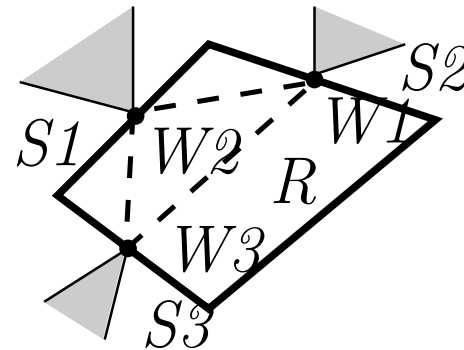
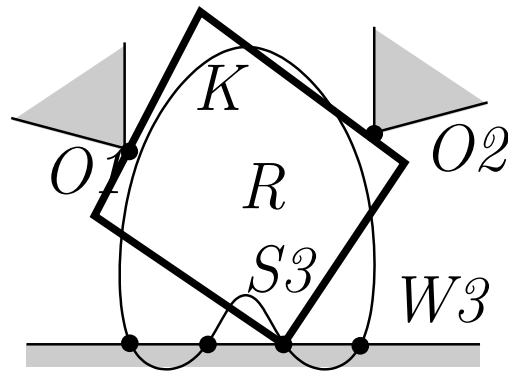
Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**

- Drei Kontaktpaare $O_i = (W_i, S_i)$
- 2 Fälle: Zwei festhalten oder die Hindernisse bewegen



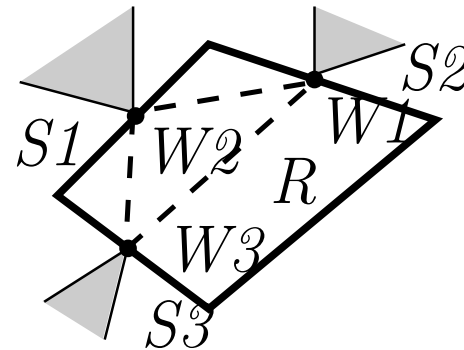
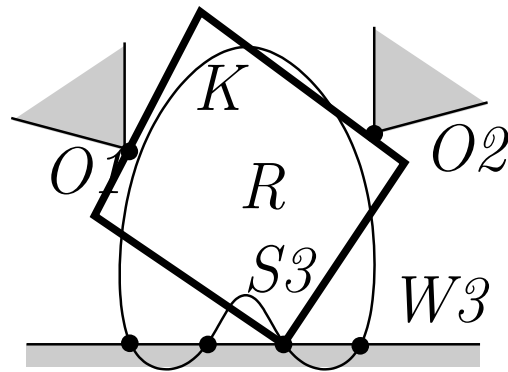
Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**

- Drei Kontaktpaare $O_i = (W_i, S_i)$
- 2 Fälle: Zwei festhalten oder die Hindernisse bewegen
- Kurve Grad 4 (Bem. 2.29) und Grad 1 schneiden



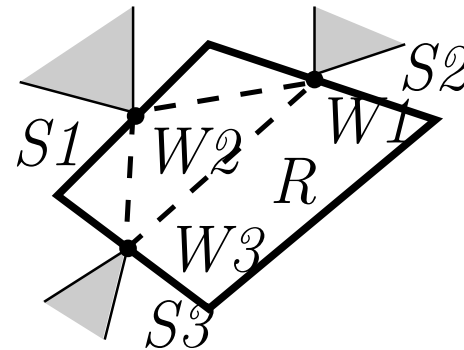
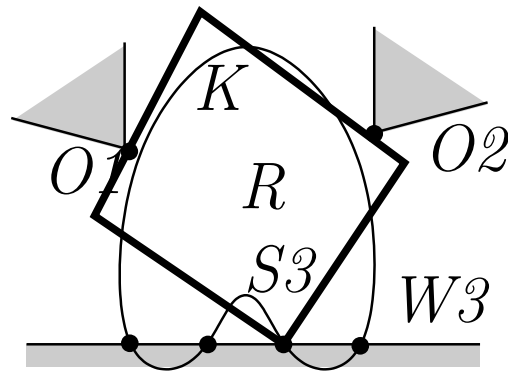
Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**

- Drei Kontaktpaare $O_i = (W_i, S_i)$
- 2 Fälle: Zwei festhalten oder die Hindernisse bewegen
- Kurve Grad 4 (Bem. 2.29) und Grad 1 schneiden
- Höchstens vier mal kommt das vor!



Anzahl Kontakte: **Kor. 2.30**

- Drei Kontaktpaare $O_i = (W_i, S_i)$
- 2 Fälle: Zwei festhalten oder die Hindernisse bewegen
- Kurve Grad 4 (Bem. 2.29) und Grad 1 schneiden
- Höchstens vier mal kommt das vor!
- Typ III und Typ I/II?



Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

Anzahl Krit. Platzierungen: **Th. 2.31**

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke

Anzahl Krit. Platzierungen: **Th. 2.31**

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke
- $2mn$ Kontaktpaare Typ I/II

Anzahl Krit. Platzierungen: **Th. 2.31**

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke
- $2mn$ Kontaktpaare Typ I/II
- Je drei auswählen: $\binom{2mn}{3} \in O(m^3n^3)$

Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke
- $2mn$ Kontaktpaare Typ I/II
- Je drei auswählen: $\binom{2mn}{3} \in O(m^3n^3)$
- 4 mal vorkommen: $O(m^3n^3)$

Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke
- $2mn$ Kontaktpaare Typ I/II
- Je drei auswählen: $\binom{2mn}{3} \in O(m^3n^3)$
- 4 mal vorkommen: $O(m^3n^3)$
- Typ III und Typ I/II: $O\left(\binom{mn}{2}\right)$

Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

- $|R| = m, \sum |P_i| = n$
- Ecke/Kante, Kante/Ecke, Ecke/Ecke
- $2mn$ Kontaktpaare Typ I/II
- Je drei auswählen: $\binom{2mn}{3} \in O(m^3n^3)$
- 4 mal vorkommen: $O(m^3n^3)$
- Typ III und Typ I/II: $O(\binom{mn}{2})$
- Konvexität nicht genutzt

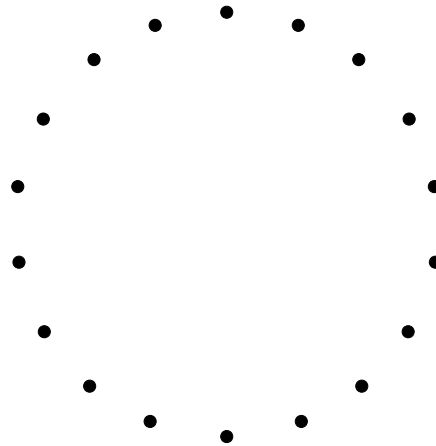
Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

Anzahl Krit. Platzierungen: **Th. 2.31**

$\Omega(m^3n^3)$ konstruktiv:

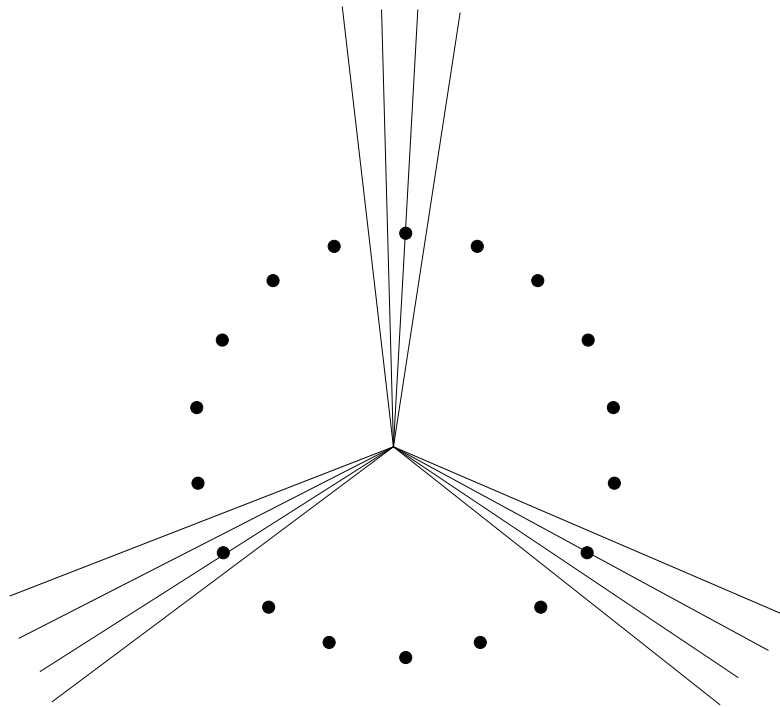
Anzahl Krit. Platzierungen: **Th. 2.31**

$\Omega(m^3 n^3)$ konstruktiv: $\binom{m}{3}$ mal $\binom{n}{3}$



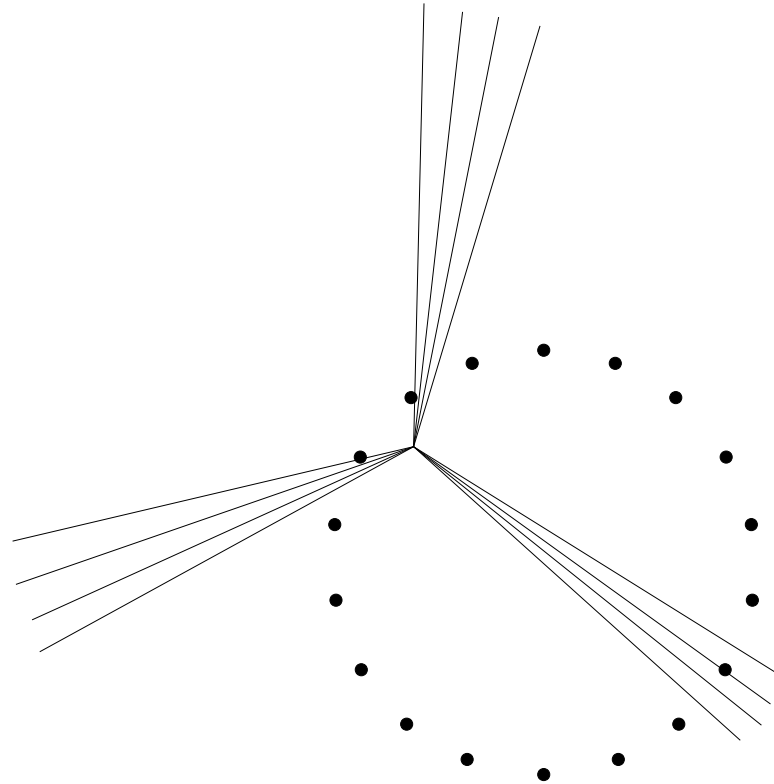
Anzahl Krit. Platzierungen: **Th. 2.31**

$\Omega(m^3 n^3)$ konstruktiv: $\binom{m}{3}$ mal $\binom{n}{3}$



Anzahl Krit. Platzierungen: Th. 2.31

$\Omega(m^3 n^3)$ konstruktiv: $\binom{m}{3}$ mal $\binom{n}{3}$



R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch

R konvex! Krit. Platzierungen: **Th. 2.32**

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen

R konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen
- Wichtige Elemente für Bahnplanung

R konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen
- Wichtige Elemente für Bahnplanung
- Beweis Komplexität

R konvex! Krit. Platzierungen: Th. 2.32

- $|R| = m$ konvex, $\sum |P_i| = n$
- Anzahl Kritische Platzierungen: $O(mn \lambda_6(mn))$
- $\lambda_6(mn) \in O(mn \log^*(mn))$ subquadratisch
- Davenport-Schinzel-Sequenzen
- Wichtige Elemente für Bahnplanung
- Beweis Komplexität
- Berechnen!

Beschränken: Def. 2.33

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt,

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren
- Klassische Methode:

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren
- Klassische Methode: weniger Paare als Tripel

Beschränken: Def. 2.33

- Idee: Zwei Kontaktpaare auswählen, mit Kontakt, drittes Paar später dazu
- Kontakt lebt eine Weile
- Bedingungen an das Paar von Kontaktpaaren
- Klassische Methode: weniger Paare als Tripel
- Funktionen aufbauen

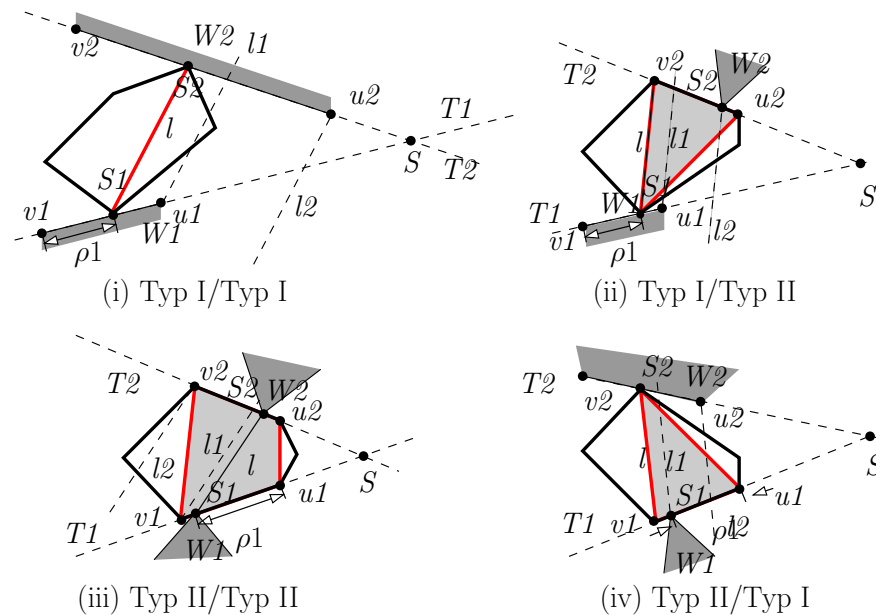
Beschränken: Def. 2.33

Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ

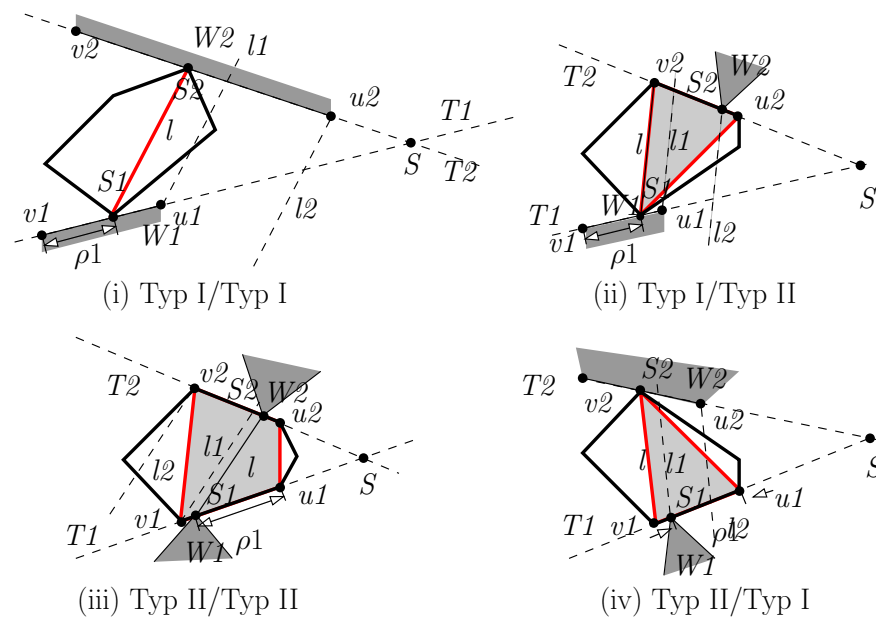
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten



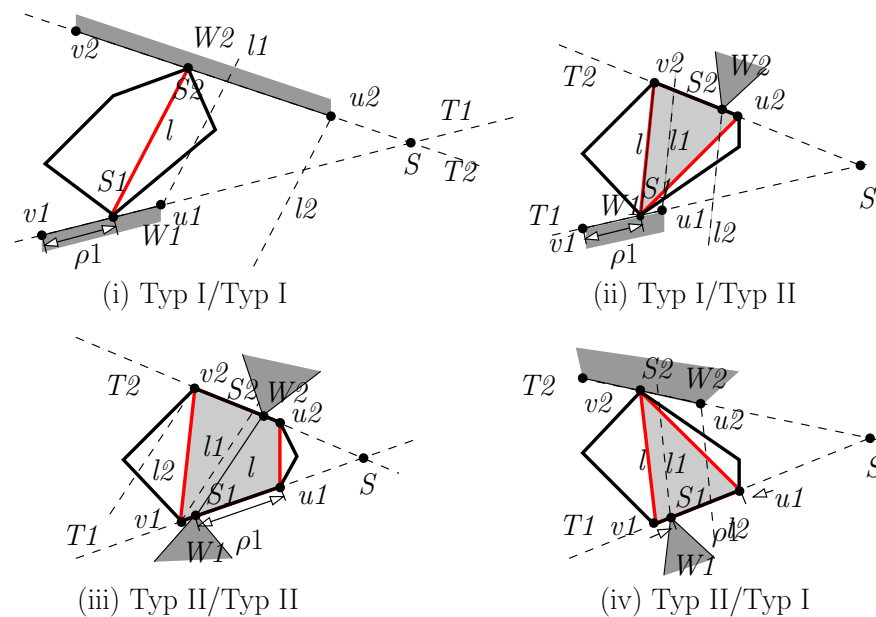
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!



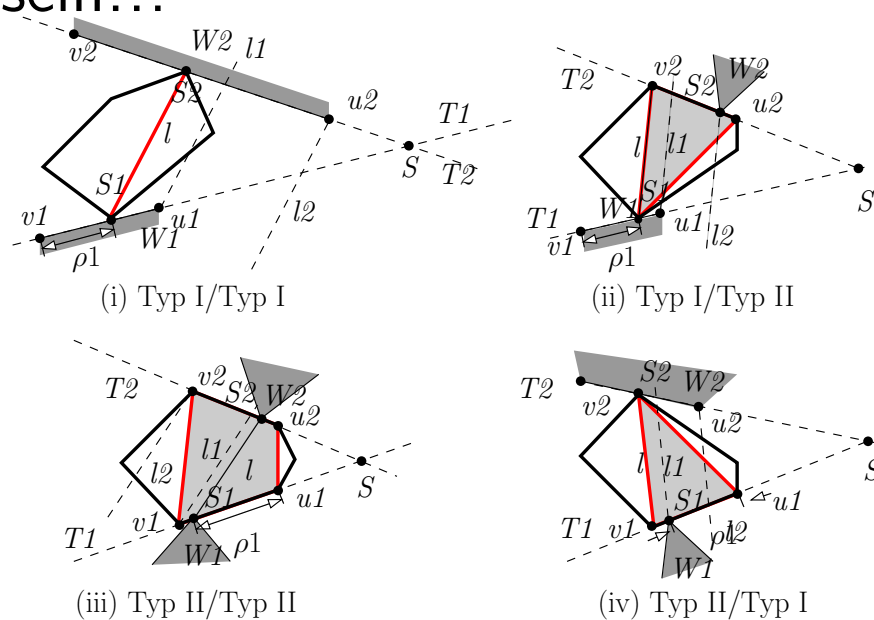
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke



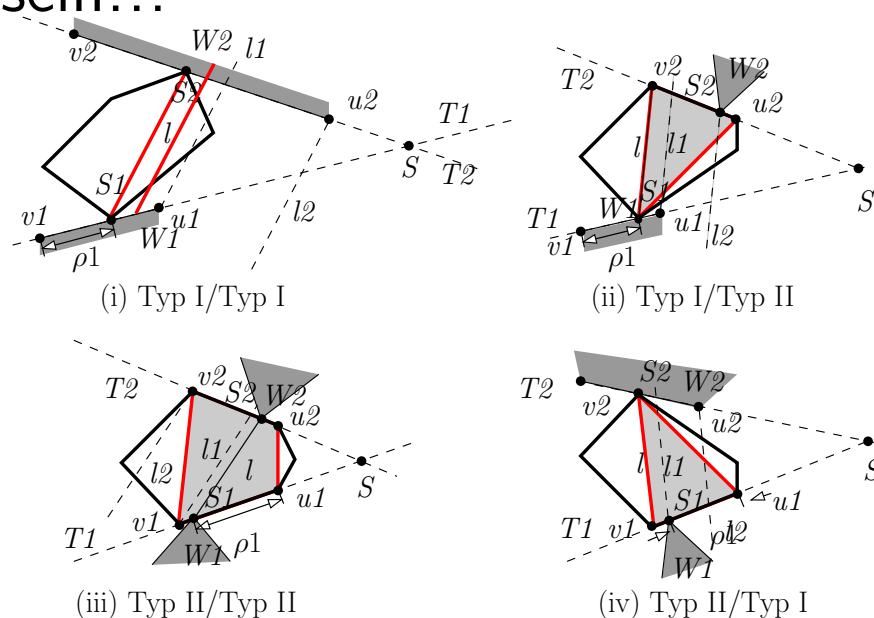
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



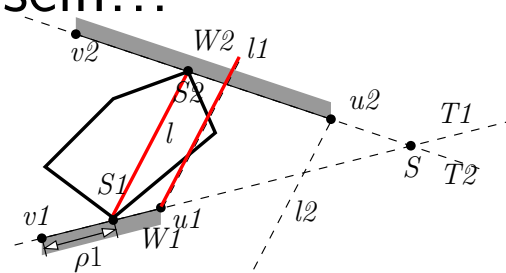
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!

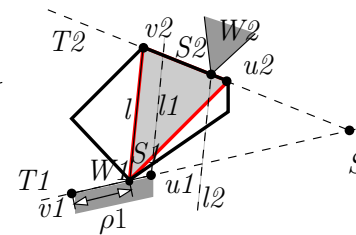


Beschränken: Def. 2.33

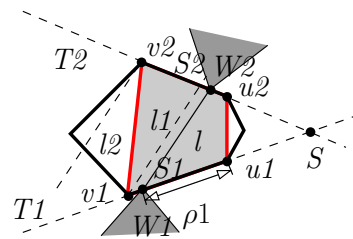
- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



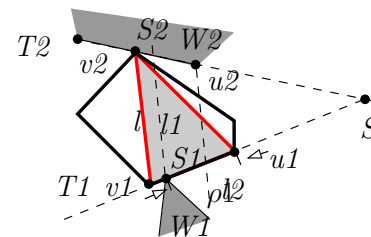
(i) Typ I/Typ I



(ii) Typ I/Typ II



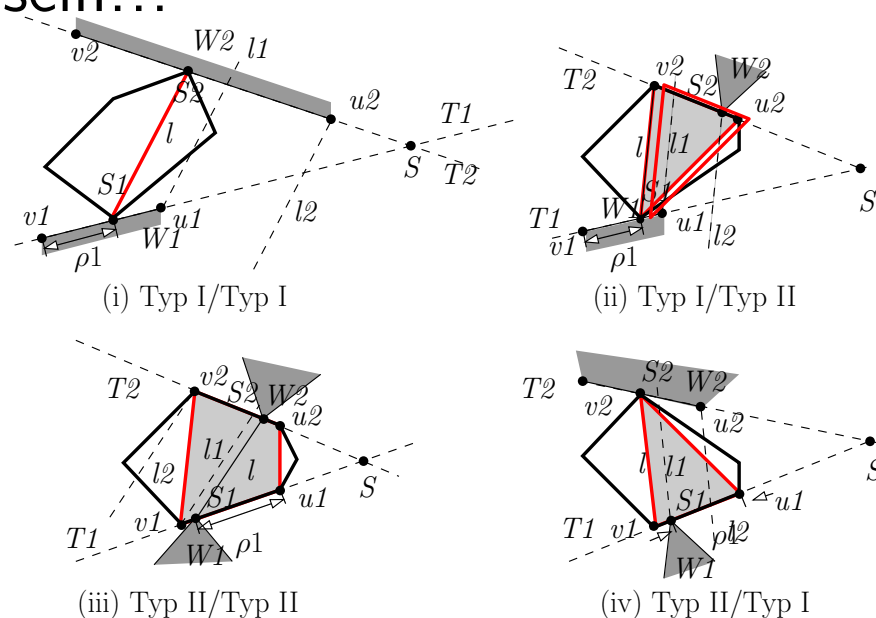
(iii) Typ II/Typ II



(iv) Typ II/Typ I

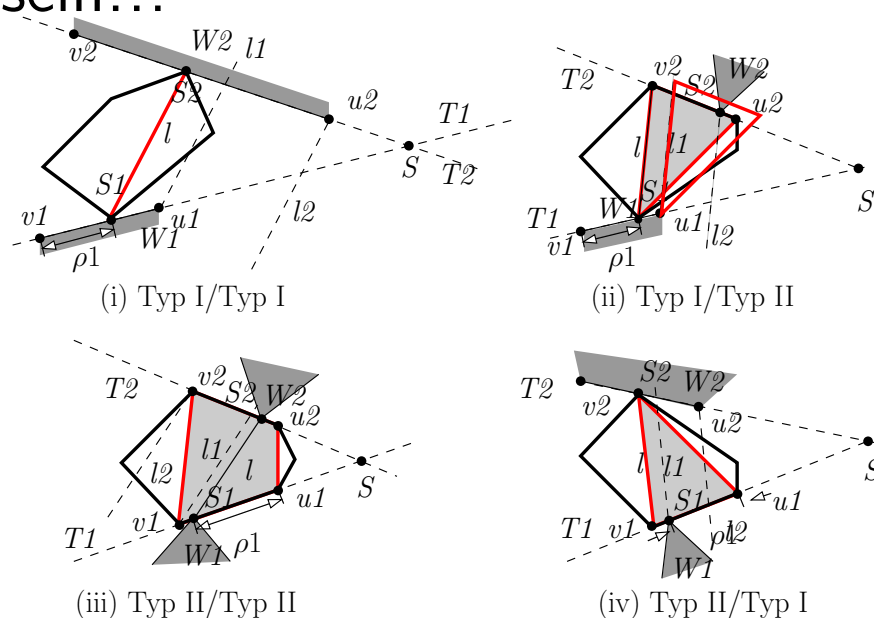
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



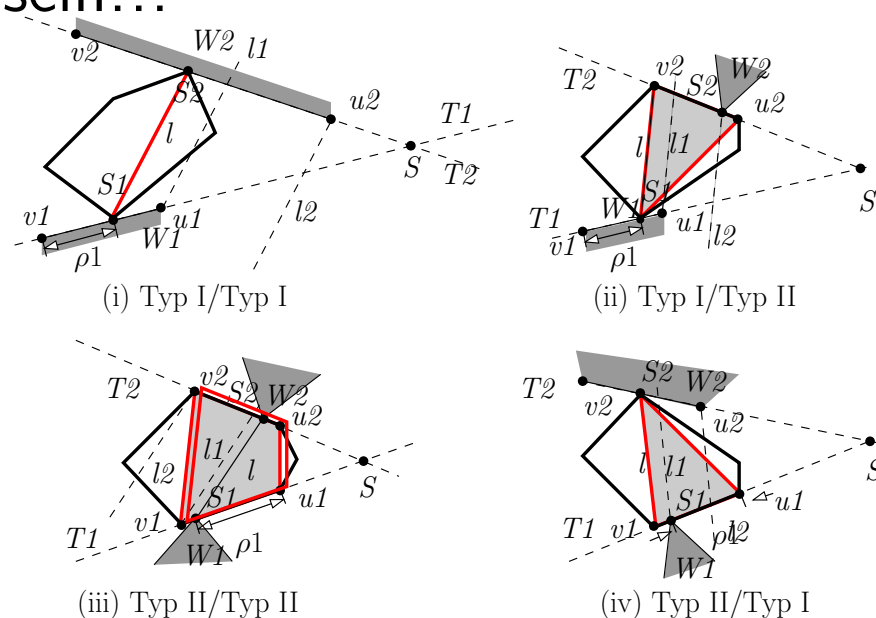
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



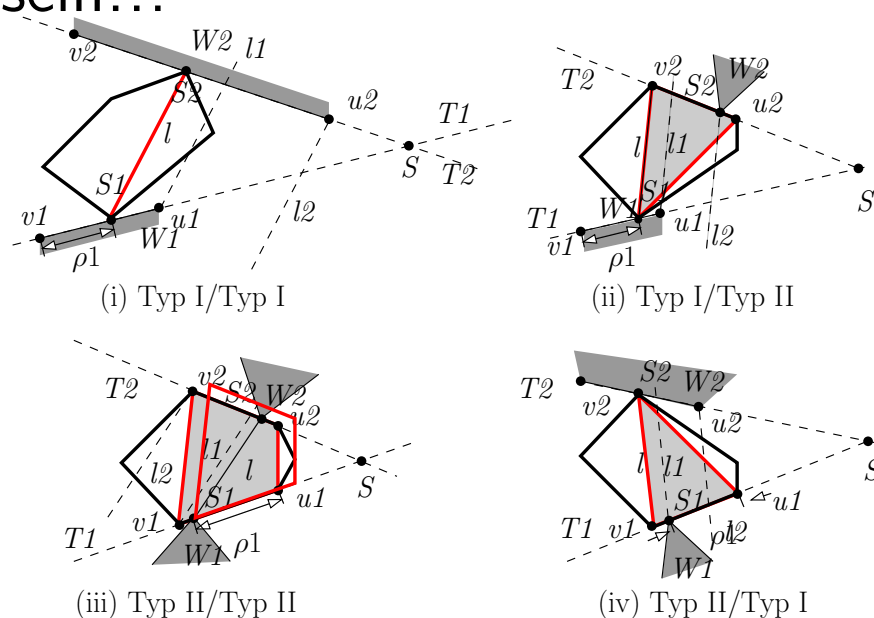
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



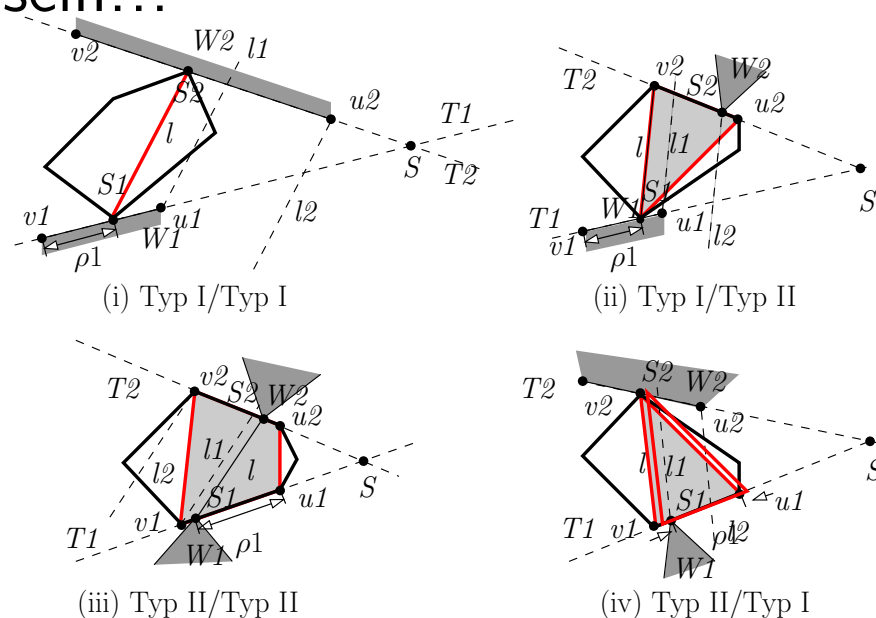
Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!



Beschränken: Def. 2.33

- Vier Fälle!: O_2 beschränkt O_1 bei Θ
- T_1, T_2 : Verlängerungen der beteiligten Kanten
- Schnittpunkt s , $ch(S_1 \cup S_2)$: Verschieben!
- Kontakt von $ch(S_1 \cup S_2)$ mit W_2 bleibt über gesamte Strecke
- Muss nicht frei sein!!!

