
Inhalt

1	Grundlagen	1
1.1	Einführung	1
1.2	Ein paar Grundbegriffe	6
1.2.1	Topologie	6
1.2.2	Graphentheorie	12
1.2.3	Geometrie	21
1.2.4	Komplexität von Algorithmen	29
1.2.5	Suchbäume	36
1.2.6	Untere Schranken	39
	Lösungen der Übungsaufgaben	49
	Literatur	57
2	Das Sweep-Verfahren	61
2.1	Einführung	61
2.2	Sweep im Eindimensionalen	62
2.2.1	Das Maximum einer Menge von Objekten	62
2.2.2	Das dichteste Paar einer Menge von Zahlen	63
2.2.3	Die maximale Teilsumme	64
2.3	Sweep in der Ebene	67
2.3.1	Das dichteste Punktepaar in der Ebene	67
2.3.2	Schnittpunkte von Strecken	74
2.3.3	Die untere Kontur — das Minimum von Funktionen	89
2.3.4	Der Durchschnitt von zwei Polygonen	99
2.4	Sweep im Raum	103
2.4.1	Das dichteste Punktepaar im Raum	103
	Lösungen der Übungsaufgaben	107
	Literatur	115
3	Geometrische Datenstrukturen	117
3.1	Einführung	117
3.2	Mehrdimensionale Suchbäume	120

3.2.1	Der KD-Baum	121
3.2.2	Symbolische Perturbation von Punkten in spezieller Lage	127
3.2.3	Der Bereichsbaum	131
3.2.4	Der Prioritätssuchbaum	135
3.2.5	KD-Bäume für höherdimensionale Daten*	141
3.3	Dynamische Datenstrukturen	144
3.3.1	Wegwerfdynamisierung	145
3.3.2	Die logarithmische Methode*	148
3.3.3	Anwendungen der logarithmischen Methode*	157
3.3.4	Ausgewogene Suchbäume*	160
3.3.5	Anwendungen ausgewogener Suchbäume*	166
	Lösungen der Übungsaufgaben	169
	Literatur	175
4	Durchschnitte, Zerlegungen und Sichtbarkeit	177
4.1	Die konvexe Hülle ebener Punktmenge	177
4.1.1	Präzisierung des Problems und untere Schranke	178
4.1.2	Inkrementelle Verfahren	181
4.1.3	Ein einfaches optimales Verfahren	189
4.1.4	Der Durchschnitt von Halbebenen	192
4.2	Triangulationen einfacher Polygone	197
4.3	Die Trapezzerlegung geometrischer Graphen	204
4.3.1	Das Problem der Punktlokalisierung	204
4.3.2	Die Trapezzerlegung	206
4.3.3	DAGs zur Punktlokalisierung	207
4.3.4	Zu erwartende Kosten	212
4.3.5	Kosten mit hoher Wahrscheinlichkeit*	214
4.3.6	Schnelle Triangulierung einfacher Polygone*	218
4.4	Das Sichtbarkeitspolygon	224
4.4.1	Verschiedene Sichten im Inneren eines Polygons	225
4.4.2	Das Kunstgalerie-Problem	227
4.4.3	Die VC-Dimension einer Kunstgalerie*	230
4.5	Der Kern eines einfachen Polygons	237
4.5.1	Die Struktur des Problems	238
4.5.2	Ein optimaler Algorithmus	244
	Lösungen der Übungsaufgaben	247
	Literatur	255
5	Voronoi-Diagramme	257
5.1	Einführung	257
5.2	Definition und Struktur des Voronoi-Diagramms	259
5.3	Anwendungen	266
5.3.1	Das Problem des nächsten Postamts	267
5.3.2	Die Bestimmung aller nächsten Nachbarn	267
5.3.3	Der minimale Spannbaum	269

5.3.4	Der größte leere Kreis	272
5.4	Die Delaunay-Triangulation	277
5.4.1	Definition und elementare Eigenschaften	277
5.4.2	Die Maximalität der kleinsten Winkel	280
5.5	Zwei Variationen	284
5.5.1	Die Manhattan-Metrik L_1	284
5.5.2	Das Voronoi-Diagramm von Strecken	285
5.5.3	Planung kollisionsfreier Bahnen für Roboter	291
	Lösungen der Übungsaufgaben	297
	Literatur	303
6	Berechnung des Voronoi-Diagramms	305
6.1	Die untere Schranke	306
6.2	Inkrementelle Konstruktion	308
6.2.1	Aktualisierung der Delaunay-Triangulation	308
6.2.2	Lokalisierung mit dem Delaunay-DAG	313
6.2.3	Randomisierung	318
6.3	Sweep	322
6.3.1	Die Wellenfront	323
6.3.2	Entwicklung der Wellenfront	326
6.3.3	Der Sweep-Algorithmus für $V(S)$	327
6.4	Divide-and-Conquer	330
6.4.1	Mischen von zwei Voronoi-Diagrammen	331
6.4.2	Konstruktion von $B(L, R)$	333
6.4.3	Das Verfahren divide-and-conquer für $V(S)$	338
6.5	Geometrische Transformation	340
	Lösungen der Übungsaufgaben	345
	Literatur	351
7	Weiterführende Ergebnisse	353
7.1	Nichteuklidische Abstandsmaße für Punkte	353
7.1.1	Konvexe Distanzfunktionen	354
7.1.2	Metriken ohne Translationsinvarianz	358
7.1.3	Additive und multiplikative Gewichte	360
7.1.4	Power-Diagramme	366
7.1.5	Diagramme höherer Ordnung	367
7.1.6	Die Drehdistanz	369
7.2	Abstrakte Voronoi-Diagramme*	371
7.2.1	Definitionen und Axiome	371
7.2.2	$V(S)$ als Punktmenge	373
7.2.3	$V(S)$ als Graph	378
7.2.4	Konstruktion von $V(S)$	382
7.2.5	Anwendungen und Variationen	384
7.3	Approximative Suche mit dem LKD-Baum*	385
7.3.1	Die Baumstruktur	386

7.3.2	Bereichsanfragen mit Rechtecken und Quadraten	387
7.3.3	Approximative Bereichsanfragen mit Kreisen	390
7.3.4	Nächste-Nachbarn-Suche	392
7.3.5	Dynamisierung	397
7.3.6	Alternativen zum LKD-Baum	398
7.4	Flächenfüllende Kurven*	399
7.4.1	Hüllkörperhierarchien	399
7.4.2	Pólyas dreieckfüllende Kurve	400
7.4.3	Dehnungskonstante	404
7.4.4	Anfragen in der Hüllkörperhierarchie	406
7.4.5	Approximation der kürzesten Rundreise	409
7.4.6	Weitere Kurven und Anwendungen	411
7.5	Ähnlichkeitsberechnung von polygonalen Kurven in der Ebene	412
7.5.1	Definitionen von Ähnlichkeit	413
7.5.2	Fréchet-Abstand — das Entscheidungsproblem	416
7.5.3	Fréchet-Abstand — das Optimierungsproblem*	420
7.5.4	Hausdorff-Abstand*	425
7.6	Bewegungsplanung bei unvollständiger Information	428
7.6.1	Ausweg aus einem Labyrinth	430
7.6.2	Suchtiefenverdopplung — eine kompetitive Strategie	438
7.6.3	Optimalität*	442
7.6.4	Suchen in einfachen Polygonen	448
7.7	Inzidenzen	457
7.7.1	Kreuzungszahl und Satz von Szemerédi-Trotter	458
7.7.2	Satz von Sylvester	460
7.7.3	Verbindungen von Geraden im Raum*	460
	Lösungen der Übungsaufgaben	467
	Literatur	485
	Index	491