

Grundlagen der Algorithmischen Geometrie SS 2016
Übungsblatt 07
Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Montag 6.06.2016, bis 14:30 Uhr

Besprechung: 13.6-17.6.

- Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer und den oder die Namen angeben.
- Abgaben sind in Gruppen von bis zu 3 Personen möglich.

Aufgabe 1: Konvexe Hülle im Gitter (4 Punkte)

Sei M eine Menge von n Punkten in der Ebene derart, dass alle Koordinaten der Punkte aus M natürliche Zahlen $\leq m \in \mathbb{N}$ sind. Die Punkte aus M liegen also auf einem $m \times m$ Gitter.

Formulieren Sie einen Algorithmus, der die konvexe Hülle von M in Zeit $O(m+n)$ bestimmt. Wie lauten Ihre Laufzeitargumente?

Aufgabe 2: Konvexe Hülle und Sortierung (4 Punkte)

Sei S eine Menge von Punkten $\{p_1, \dots, p_n\}$ in \mathbb{R}^3 , wobei die z -Koordinaten der n Punkte sortiert sind, d.h. $z(p_1) < z(p_2) < \dots < z(p_n)$.

Zeigen Sie, dass die Komplexität der Konstruktion der konvexen Hülle von S trotz der sortierten z -Koordinaten der Punkte $\Omega(n \log n)$ ist.

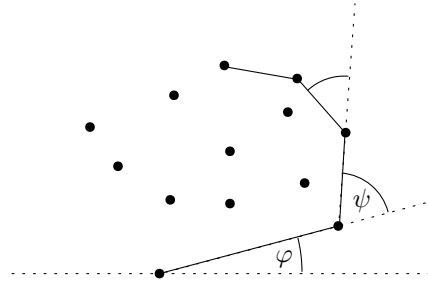
Aufgabe 3: Konvexe Hülle per Divide and Conquer (4 Punkte)

Entwickeln Sie einen optimalen Divide & Conquer -Algorithmus zur Berechnung der konvexen Hülle von n Punkten in der Ebene.

Aufgabe 4: Jarvis-Verfahren (4 Punkte)

Wir skizzieren ein weiteres Verfahren (*Jarvis' March*) zur Berechnung der konvexen Hülle von n Punkten in der Ebene in allgemeiner Lage (hier: keine 3 Punkte auf einer Geraden, keine zwei Punkte mit gleicher y -Koordinate).

Der Punkt p_0 mit minimaler y -Koordinate gehört zur Hülle. Der nächste Punkt p_1 der Hülle ist derjenige, bei dem der Winkel φ zwischen p_0p_1 und der horizontalen Geraden durch p_0 minimal wird. Der nächste Punkt p_2 minimiert den Winkel ψ zwischen p_1p_2 und der Geraden durch p_0 und p_1 , und so weiter, siehe Bild.



Welche Laufzeit hat das Verfahren in Abhängigkeit von n und der Anzahl k der Eckpunkte der Hülle? Unter welchen Umständen ist dieses Verfahren den in der Vorlesung vorgestellten überlegen?