

Abgabe: 11.05.2020, 12 Uhr
Besprechung: KW 20

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1:

Seien L_1 und L_2 entscheidbare Sprachen über dem Eingabealphabet Σ . Zeigen Sie, dass

- (a) $L_1 \cup L_2, L_1 \cap L_2, \overline{L_1} := \Sigma^* \setminus L_1$ und
- (b) $L_1 \cdot L_2 := \{w_1w_2 \in \Sigma^* : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$

entscheidbare Sprachen sind.

Aufgabe 3.2:

Beschreiben Sie, wie mit einer deterministischen 4-Band-Turingmaschine mit Bandalphabet $\Gamma = \{\#, \sqcup, 0, 1\}$ und Eingabealphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ zwei binär kodierte Zahlen x und y multipliziert werden können. Am Anfang steht auf Band 1 die Eingabe $x\#y$, die anderen Bänder sind anfangs leer. Am Ende soll auf Band 4 das Resultat $x \cdot y$ in binärer Kodierung stehen.

Sie dürfen grundlegende Operationen, welche die Turingmaschine durchführen soll, umschreiben, wie zum Beispiel „Erhöhe die auf Band 2 gespeicherte Zahl um 1“. Sie können außerdem annehmen, dass die Wertigkeit der Bits von x , y und der Ausgabe $x \cdot y$ von links nach rechts auf dem Band zunimmt.

Aufgabe 3.3:

Geben Sie das Programm einer Registermaschine an, die das Maximum von n Zahlen a_1, \dots, a_n bestimmt. Beschreiben Sie insbesondere, wie die Eingabe der Registermaschine vorliegt.

Aufgabe 3.4:

Sei \mathcal{M} die Menge aller DFAs über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Analog zur Gödelnummerierung von Turingmaschinen betrachten wir eine präfixfreie injektive Abbildung $c: \mathcal{M} \rightarrow \Sigma^+$. Gibt es für eine geeignete Nummerierung c einen universellen DFA, also einen DFA, der eine Eingabe $c(M)w$ für $M \in \mathcal{M}$ und $w \in \Sigma^*$ genau dann akzeptiert, wenn der DFA M die Eingabe w akzeptiert?