Abgabe: 01.06.2020, 12.00 Uhr
Besprechung: KW 23

Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt, David Kübel
Institut für Informatik

Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1: Das Postsche Korrespondenzproblem

Geben Sie für die folgenden Instanzen des Post'schen Korrespondenzproblems eine Lösung an oder zeigen Sie, dass sie nicht lösbar sind.

1. $(01, 1),\ (110, 011),\ (01, 10),\ (0, 011)$
2. $(100, 1),\ (0, 100),\ (1, 00)$

Aufgabe 6.2: Rekursiv aufzählbar oder nicht?

Wir betrachten die Sprache

$$H_{\geq |w|^2} = \left\{ \langle M \rangle : \begin{array}{l} M \text{ hält auf jeder Eingabe } w \in \Sigma^* \text{ entweder} \\ \text{nach frühestens } |w|^2 \text{ vielen Schritten oder gar nicht} \end{array} \right\}.$$

Sind die Sprachen $H_{\geq |w|^2}$ und $\overline{H_{\geq |w|^2}}$ rekursiv aufzählbar?

Aufgabe 6.3: Vereinigung rekursiv aufzählbarer Sprachen

Seien L_1, L_2 und L_3 rekursiv aufzählbare Sprachen über dem Alphabet Σ. Für ein Wort $w \in \Sigma^*$ bezeichne $I(w) \subseteq \{1, 2, 3\}$ die Menge, die genau die Indizes i mit $w \in L_i$ enthält. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Die Sprache $L_{\geq 2} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| \geq 2\}$ ist rekursiv aufzählbar.

(b) Die Sprache $L_{=2} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| = 2\}$ ist rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 6.4: Lexikographischer Aufzähler

Ein Aufzähler E für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^* = \{0, 1\}^*$ ist eine Turingmaschine, die alle Wörter aus L (aber keine Wörter, die nicht zu L gehören) durch # getrennt auf ein spezielles Ausgabeband schreibt. Im Allgemeinen terminiert ein Aufzähler nicht. Insbesondere, wenn L unendlich viele Wörter enthält, ist nur garantiert, dass für jedes Wort $w \in L$ ein Index $i_w \in \mathbb{N}$ existiert, sodass der Aufzähler das Wort w nach i_w Schritten auf das Band geschrieben hat.

Beweisen Sie, dass die Sprache L genau dann rekursiv ist, wenn ein Aufzähler E existiert, der alle Wörter von L in lexikographischer Reihenfolge ausgibt.

Hinweis: Sie können annehmen, dass L unendlich viele Wörter enthält.