

Übungsblatt 4

Aufgabe 4.1

Gegeben Sei eine 3-CNF Formel π , also eine Formel in konjunktiver Normalform mit genau 3 Literalen in jeder Klausel. Das Problem MAX3SAT sucht nach einer Belegung der Literalen, welche die Anzahl erfüllter Klauseln maximiert. Finden Sie einen deterministischen Approximationsalgorithmus mit Approximationsfaktor $1/2$ für das MAX3SAT-Problem.

Aufgabe 4.2

Finden Sie einen randomisierten Approximationsalgorithmus mit Approximationsfaktor $7/8$ für das MAX3SAT-Problem.

Hinweis: Entwerfen Sie einen Algorithmus ähnlich dem randomisierten Algorithmus für MAXCUT aus dem Skript.

Aufgabe 4.3

Wir wollen in dieser Aufgabe den randomisierten Algorithmus für MAXCUT aus der Vorlesung mithilfe von bedingten Erwartungswerten derandomisieren. Im folgenden Pseudocode bezeichne S analog zu dem Algorithmus aus der Vorlesung eine uniform zufällig gewählte Teilmenge der Knoten aus V .

Algorithm 1 MaxCut

```
 $S_0 := \emptyset, T_0 := \emptyset.$   
for  $v \in V$  do  
  if  $\mathbf{E}[w(S) | S_{i-1} \cup \{v\} \subset S, T_{i-1} \subset V \setminus S] > \mathbf{E}[w(S) | T_{i-1} \cup \{v\} \subset V \setminus S, S_{i-1} \subset S]$  then  
     $S_i = S_{i-1} \cup \{v\}, T_i = T_{i-1}$   
  else  
     $T_i = T_{i-1} \cup \{v\}, S_i = S_{i-1}$   
  end if  
end for  
return  $S_{|V|}$ 
```

- Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus $1/2$ -approximativ ist.
- Zeigen Sie, dass sich der Vergleich in Zeile 3 äquivalent als Vergleich der Gewichte von Kanten zwischen dem neu einzufügenden Knoten v und den beiden Mengen S_i und T_i formulieren lässt, und zwar unabhängig von Erwartungswerten irgendwelcher Zufallsvariablen.

Aufgabe 4.4

Derandomisieren Sie Ihren Approximationsalgorithmus aus Aufgabe 4.2 mithilfe der Methode der bedingten Erwartungswerte und beweisen Sie dessen Approximationsfaktor.