

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1

Beweisen Sie die folgenden drei Aussagen über Paging-Algorithmen:

- LIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- FIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- FIFO ist k -kompetitiv.

Aufgabe 8.2

Der Paging-Algorithmus CLOCK verwaltet die Cache-Seiten in einer zyklischen *Queue*. Jede einzelne ist mit einem *Used-Bit* ausgestattet. Es gibt einen Zähler, der auf die letzte Seite zeigt, die in den Cache geladen wurde. Sobald auf eine Seite zugegriffen wird, wird ihr Used-Bit auf 1 gesetzt. Bei einem Seitenfehler wird der Zähler um eins erhöht und der Algorithmus sucht ab dieser Stelle eine Seite, deren Used-Bit 0 ist. Die Used-Bits aller bis dahin betrachteten Seiten werden auf 0 gesetzt.

- Zeigen Sie, dass CLOCK kein Markierungsalgorithmus ist.
- Zeigen Sie, dass CLOCK k -kompetitiv ist.

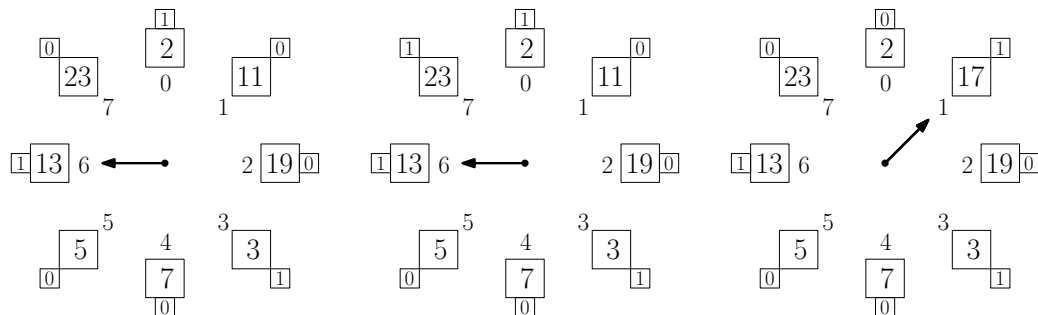


Abbildung 1: Veranschaulichung des CLOCK-Algorithmus; *links*: Situation zu einem willkürlichen Zeitpunkt - Seite 13 wurde als letzte in den Cache geladen; *Mitte*: Zugriff auf Seite 23, die bereits im Cache ist - Used-Bit wird auf 1 gesetzt; *rechts*: Zugriff auf Seite 17, also Seitenfehler - der Zähler wird von 6 über 7 und 0 auf 1 bewegt, wo das Used-Bit das erste Mal 0 ist.

Aufgabe 8.3

Sei A ein Markierungsalgorithmus für einen Cache der Größe k . Wir wollen die durch A verursachten Kosten mit den Kosten eines optimalen Paging-Algorithmus, dem nur ein Cache der Größe $h \leq k$ zur Verfügung steht, vergleichen. Zeigen Sie, dass für eine geeignete Konstante τ

$$w_A(\sigma) \leq \frac{k}{k-h+1} \cdot \text{OPT}_h(\sigma) + \tau$$

für alle Sequenzen σ gilt.

Aufgabe 8.4

Beweisen Sie, dass kein deterministischer Online-Algorithmus für das **BIN PACKING**-Problem besser als $4/3$ -kompetitiv ist.

Hinweis: Betrachten Sie die Sequenz σ der Länge $2m$ für beliebiges $m \in \mathbb{N}$. Die ersten m Einträge der Sequenz betragen $1/2 - \epsilon$. Die letzten m Einträge sind gegeben durch $1/2 + \epsilon$. Betrachte Sie zunächst die verkürzte Sequenz σ' bestehend aus den ersten m Einträgen von σ . Nehmen Sie an, dass der Online-Algorithmus hier b Eimer befüllt.