

Offline Bewegungsplanung: Part Feeding

Elmar Langetepe
University of Bonn

Ergebnis: Theorem 4.5!

Ergebnis: Theorem 4.5!

Gegeben sei eine Liste von n Kanten, die die konvexe Hülle eines gegebenen Werkstücks repräsentieren. Dann läßt sich in Zeit $O(n^2 \log n)$ die kürzeste Sequenz von Greifaktionen finden, die eine Orientierung des Werkstücks bis auf Symmetrie garantiert. Der gefundene Plan hat eine Länge von $O(n^2)$.

Ergebnis: Theorem 4.5!

Gegeben sei eine Liste von n Kanten, die die konvexe Hülle eines gegebenen Werkstücks repräsentieren. Dann läßt sich in Zeit $O(n^2 \log n)$ die kürzeste Sequenz von Greifaktionen finden, die eine Orientierung des Werkstücks bis auf Symmetrie garantiert. Der gefundene Plan hat eine Länge von $O(n^2)$.

Beweis!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s -Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s -Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

$\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s -Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

$\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s -Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

$\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Zu 1) Wie gesehen, sukzessive:

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s -Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

$\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Zu 1) Wie gesehen, sukzessive:

- $s(\Theta_i) = [s(\xi_i), s(\nu_i)]$, $\Theta_{i-1} = [\xi_{i-1}, \nu_{i-1}]$, $|s(\Theta_i)| < |\Theta_{i-1}|$

Theorem 4.5! Korrektheit!!

1. Orientiert Werkstück eindeutig bis auf Symmetrie:

Der Algorithmus findet einen Plan, der ein s -Intervall Θ der Länge T (kleinste Periode) auf einen Punkt θ' abbildet!

$\Theta + T$ wird auf $\theta' + T$ abgebildet!

2. Es gibt keinen kürzeren Plan mit dieser Eigenschaft

Zu 1) Wie gesehen, sukzessive:

- $s(\Theta_i) = [s(\xi_i), s(\nu_i)]$, $\Theta_{i-1} = [\xi_{i-1}, \nu_{i-1}]$, $|s(\Theta_i)| < |\Theta_{i-1}|$
- $\xi_{i-1} \leq s(\theta) - s(\xi_i) + \xi_{i-1} \leq \nu_{i-1}$

- $s(\theta) = (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$
- $\varepsilon_{i-1} = \frac{1}{2} (|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|)$

- $s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1})$, bereits: $s(\theta)$ durch α_i
- $+\alpha_i$ wegen bereits durchgeführter Drehungen
- Immer von der Startrichtung aus drehen!!
- $s(s(\theta) - (s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i)) \in s(\Theta_{i-1})$
- Mit Dreh. $s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$ nach $s(\Theta_{i-1})$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \alpha_i$
- $\varepsilon_{i-1} = \frac{1}{2} (|\Theta_j| - |s(\Theta_{j+1})|)$
- $\alpha_{i-1} := s(\xi_i) - \xi_{i-1} + \varepsilon_{i-1} + \alpha_i$

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s-Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s-Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet
- T ist kleinste Periode der Greiffunktion des Werkstücks

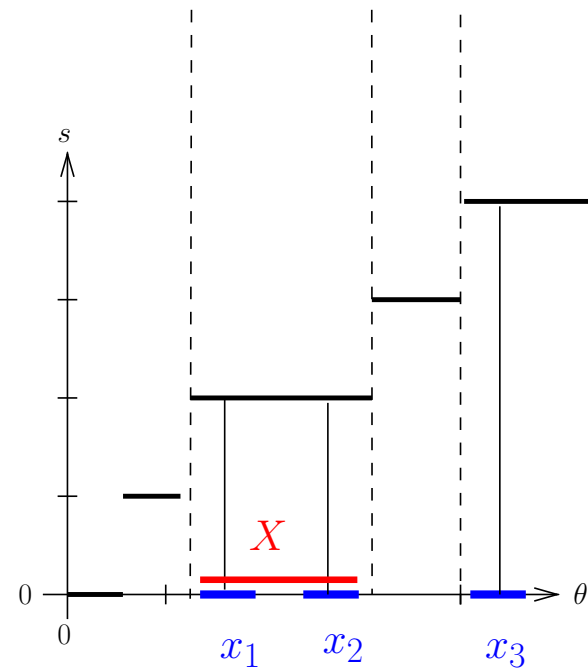
Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s-Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet
- T ist kleinste Periode der Greiffunktion des Werkstücks
- Für jeden Plan \mathcal{A} : $\mathcal{A}(\theta + T) = \mathcal{A}(\theta) + T$ (Lemma 4.3!)

Theorem 4.5! Bis auf Symmetrie (1)!

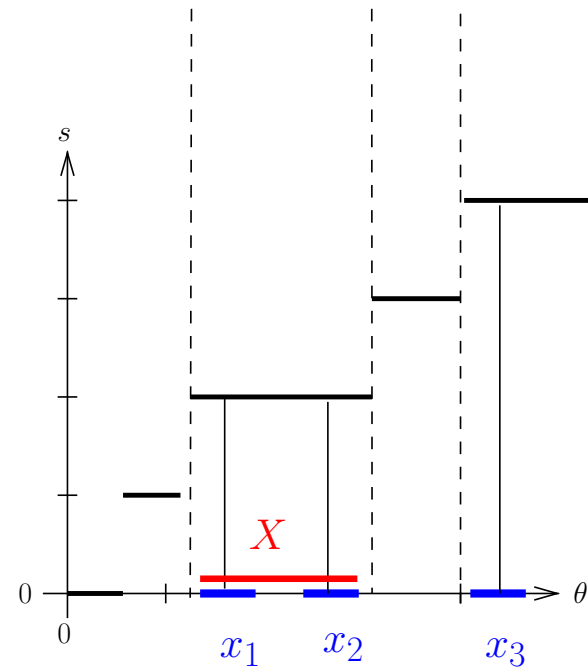
- Sei Θ letztes Intervall des Alg.
- Θ muss die Länge T haben (falls terminiert!)
- Algorithmus findet Plan, der s-Intervall Θ der Länge T auf einen Punkt θ' abbildet
- T ist kleinste Periode der Greiffunktion des Werkstücks
- Für jeden Plan \mathcal{A} : $\mathcal{A}(\theta + T) = \mathcal{A}(\theta) + T$ (Lemma 4.3!)
- Dann gilt: $\mathcal{A}(\theta + T) = \theta' + T$

Theorem 4.5! Kleinsten Plan (2)!



Theorem 4.5! Kleinstes Plan (2)!

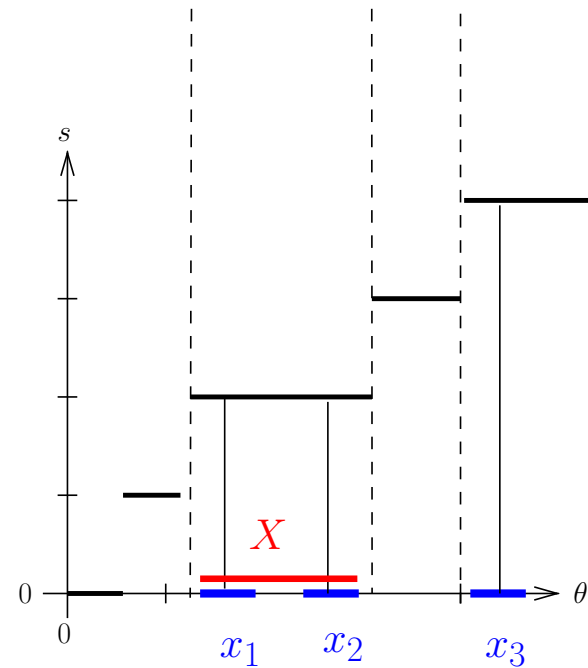
Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.



Theorem 4.5! Kleinsten Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

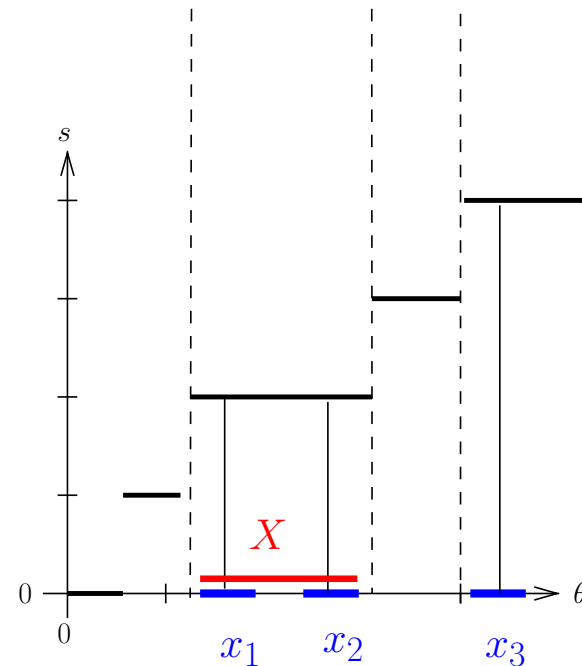
- Θ nicht zs-hängend



Theorem 4.5! Kleinstes Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

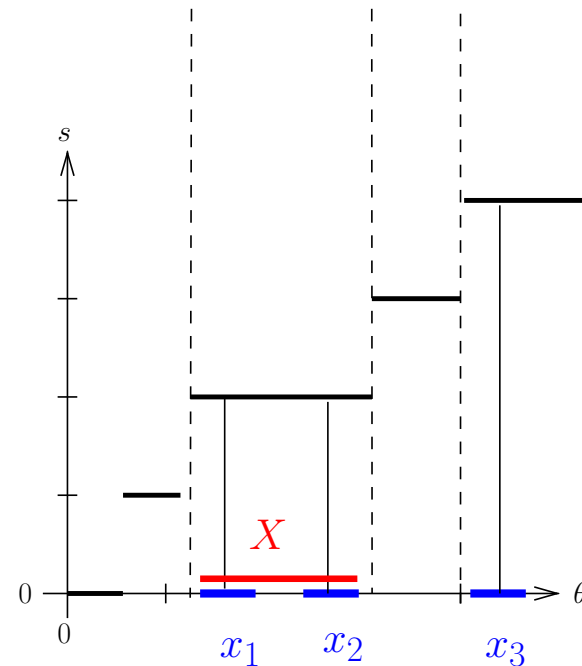
- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.



Theorem 4.5! Kleinstes Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

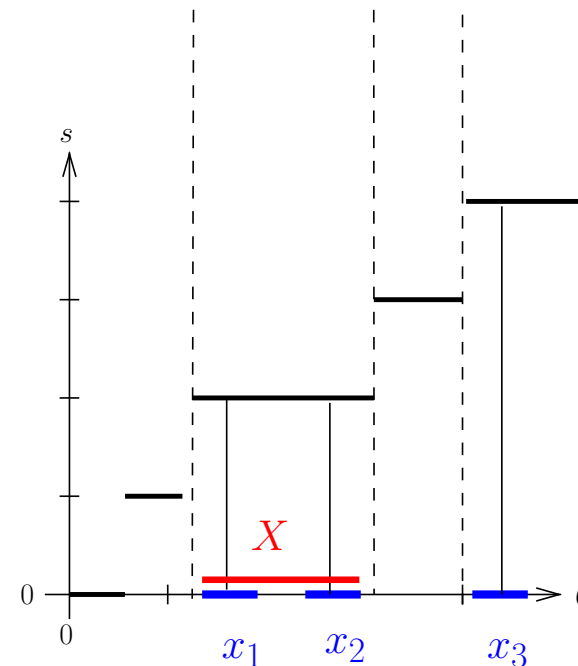
- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.
- $s(\Theta') = s(\Theta)$ wg. Monot., kein Sprung



Theorem 4.5! Kleinstes Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

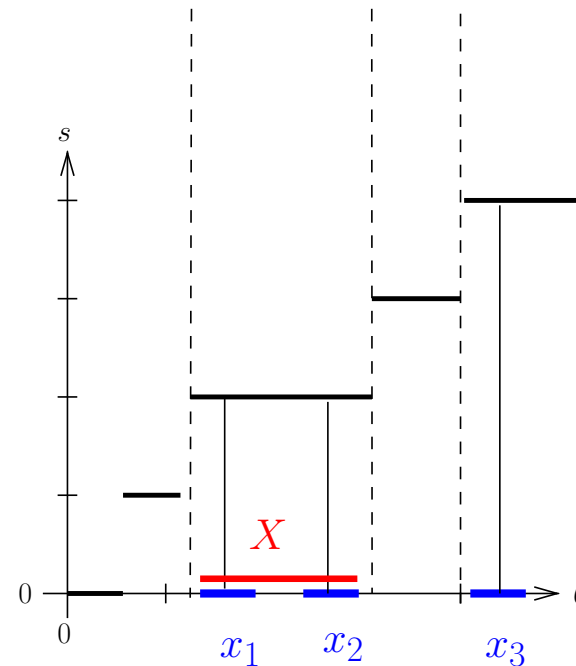
- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.
- $s(\Theta') = s(\Theta)$ wg. Monot., kein Sprung
- Erste Greifaktion in gleiches s-Intervall



Theorem 4.5! Kleinstes Plan (2)!

Lemma: Jeder Plan, der $\Theta \subseteq [0, \pi)$ auf einen Punkt θ abbildet, bildet auch das kleinste zusammenhängende Intervall, das Θ enthält, auf θ ab.

- Θ nicht zs-hängend
- Θ' kleinstes zs-hängende Intervall, das Θ enthält.
- $s(\Theta') = s(\Theta)$ wg. Monot., kein Sprung
- Erste Greifaktion in gleiches s-Intervall
- Gleiche Aktionen



Theorem 4.5! Kleinsten (ii)!

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}

Theorem 4.5! Kleinstes (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ die Liste der s-Intervalle des Algorithmus

Theorem 4.5! Kleinsten (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ die Liste der s -Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \dots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan \mathcal{A}' gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ die Liste der s-Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \dots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan \mathcal{A}' gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1} , Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ die Liste der s-Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \dots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan \mathcal{A}' gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1} , Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s-Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i , s-Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ die Liste der s-Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \dots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan \mathcal{A}' gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1} , Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s-Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i , s-Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i
- Folge der Θ_i, Θ'_i wird sukzessive größer, bis T

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ die Liste der s -Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \dots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan \mathcal{A}' gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1} , Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s -Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i , s -Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i
- Folge der Θ_i , Θ'_i wird sukzessive größer, bis T
- Aufgrund des Algorithmus gilt $|\Theta_1| \geq |\Theta'_1|$

Theorem 4.5! Kleinster (ii)!

- Ann.: Es ex. solcher Plan \mathcal{A}' mit weniger Schritten als \mathcal{A}
- Sei $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$ die Liste der s -Intervalle des Algorithmus
- $(\Theta'_1, \Theta'_2, \dots, \Theta'_j)$ seien die zum Plan \mathcal{A}' gehörenden Intervalle, erweitert auf zusammenhängende Intervalle!
- Θ_i bildet auf Θ_{i+1} , Θ'_i auf Θ'_{i+1} ab
- Das s -Image von Θ_{i+1} ist kleiner als Θ_i , s -Image von Θ'_{i+1} ist kleiner als Θ'_i
- Folge der Θ_i, Θ'_i wird sukzessive größer, bis T
- Aufgrund des Algorithmus gilt $|\Theta_1| \geq |\Theta'_1|$
- Da \mathcal{A}' nach j Schritten terminiert, \mathcal{A} jedoch nicht, muss $|\Theta_j| < |\Theta'_j|$ gelten

- Es existiert ein k mit $|\Theta_k| \geq |\Theta'_k|$ und $|\Theta_{k+1}| < |\Theta'_{k+1}|$

- Es existiert ein k mit $|\Theta_k| \geq |\Theta'_k|$ und $|\Theta_{k+1}| < |\Theta'_{k+1}|$
- $|s(\Theta'_{k+1})| < |\Theta'_k| \leq |\Theta_k|$

- Es existiert ein k mit $|\Theta_k| \geq |\Theta'_k|$ und $|\Theta_{k+1}| < |\Theta'_{k+1}|$
- $|s(\Theta'_{k+1})| < |\Theta'_k| \leq |\Theta_k|$
- Widerspruch: Algorithmus hätte das größere Intervall Θ'_{k+1} gewählt

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern
- Aussage:

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s -Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$, so dass das s -Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s -Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$, so dass das s -Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s -Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$, so dass das s -Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s -Intervall ex. größeres s -Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s -Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$, so dass das s -Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s -Intervall ex. größeres s -Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode
- h Größe des bisherigen s -Intervals,

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s -Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$, so dass das s -Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s -Intervall ex. größeres s -Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode
- h Größe des bisherigen s -Intervals, $h = T$ fertig!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- Zu zeigen: Der Algorithmus terminiert stets!
- Technik: Funktion $s : S^1 \rightarrow S^1$ auf X -Achse erweitern
- Aussage: Wir finden stets eine Sequenz von s -Intervallen $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_i)$, so dass das s -Image von Θ_{i+1} kleiner ist als Θ_i
- Bis wir bei Periode T landen
- Für jedes s -Intervall ex. größeres s -Intervall mit der Eigenschaft, bis zur Periode
- h Größe des bisherigen s -Intervals, $h = T$ fertig!
- Bedeutet: $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls,

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s -Intervall

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s -Intervall
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s -Intervall
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s -Image:

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s -Intervall
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s -Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s -Intervall
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s -Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$
- Intervall Θ nach rechts/links erweitern, geht immer!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s -Intervall
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s -Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$
- Intervall Θ nach rechts/links erweitern, geht immer!
- Bis zur nächsten Unstetigkeitsstelle!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Für jedes polygonale Werkstück finden wir einen solchen Plan!

- h Größe des bisherigen s -Intervalls, $h < T$!
- $\forall \theta \quad s(\theta + h) = s(\theta) + h$ gilt nicht!
- Ann: $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h$
- $\Theta_j = [\theta_j, \theta_j + h)$ bisheriges s -Intervall
- Betrachte $\Theta = [\theta, \theta + h]$
- s -Image: $|s(\Theta)| < h = |\Theta_j|$
- Intervall Θ nach rechts/links erweitern, geht immer!
- Bis zur nächsten Unstetigkeitsstelle!
- Nächstes Intervall gefunden! Größer!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

- (i) Entweder ein größeres s -Intervall, dessen s -Image kleiner ist: falls
 $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h,$
- (ii) oder h ist die Periode der Greiffunktion: $\forall \theta : s(\theta + h) = s(\theta) + h.$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

- (i) Entweder ein größeres s -Intervall, dessen s -Image kleiner ist: falls
 $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h,$
- (ii) oder h ist die Periode der Greiffunktion: $\forall \theta : s(\theta + h) = s(\theta) + h.$

Ausschließen: $\forall \theta : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

- (i) Entweder ein größeres s -Intervall, dessen s -Image kleiner ist: falls
 $\exists \theta : s(\theta + h) - s(\theta) < h,$
- (ii) oder h ist die Periode der Greiffunktion: $\forall \theta : s(\theta + h) = s(\theta) + h.$

Ausschließen: $\forall \theta : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$\theta \in [0, T)$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h d\theta$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h d\theta = \int_h^{T+h} s(\theta) d\theta - \int_0^T s(\theta) d\theta - hT$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) \, d\theta - \int_0^T s(\theta) \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) \, d\theta - hT\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) \, d\theta - \int_0^T s(\theta) \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) + T \, d\theta - hT\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) \, d\theta - \int_0^T s(\theta) \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) + T \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) \, d\theta + hT - hT\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h \, d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) \, d\theta - \int_0^T s(\theta) \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) + T \, d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) \, d\theta + \int_0^h s(\theta) \, d\theta + hT - hT \\ &= 0\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Vollständigkeit!!

Ausschließen: $\forall \theta \in [0, T) : s(\theta + h) - s(\theta) > h$

$$\begin{aligned}\int_0^T s(\theta + h) - s(\theta) - h d\theta &= \int_h^{T+h} s(\theta) d\theta - \int_0^T s(\theta) d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) d\theta + \int_T^{T+h} s(\theta) d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) d\theta + \int_0^h s(\theta) + T d\theta - hT \\ &= -\int_0^h s(\theta) d\theta + \int_0^h s(\theta) d\theta + hT - hT \\ &= 0 \text{ Nur positiv geht nicht!}\end{aligned}$$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s-Intervalle X , sortieren nach $|s(X)|$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s -Intervalle X , sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s -Intervalle X , sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden
- Plan in $O(i)$, $i \in O(n^2)$

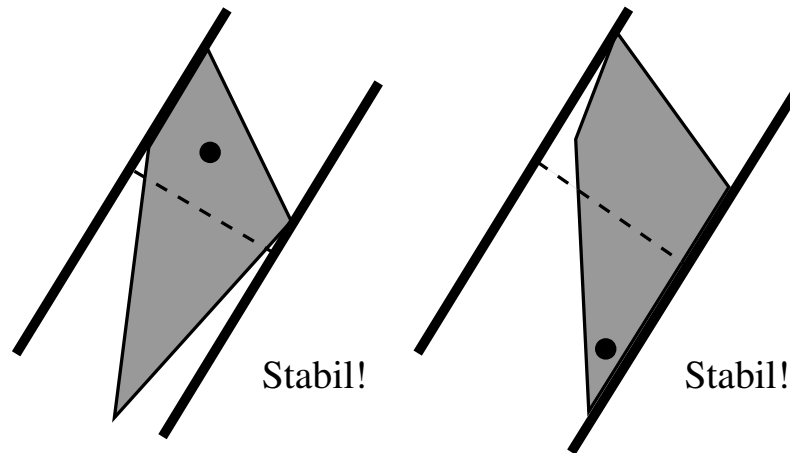
Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s -Intervalle X , sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden
- Plan in $O(i)$, $i \in O(n^2)$
- Dominiert durch $O(n^2 \log n)$

Theorem 4.5! Laufzeit $O(n^2 \log n)$!!

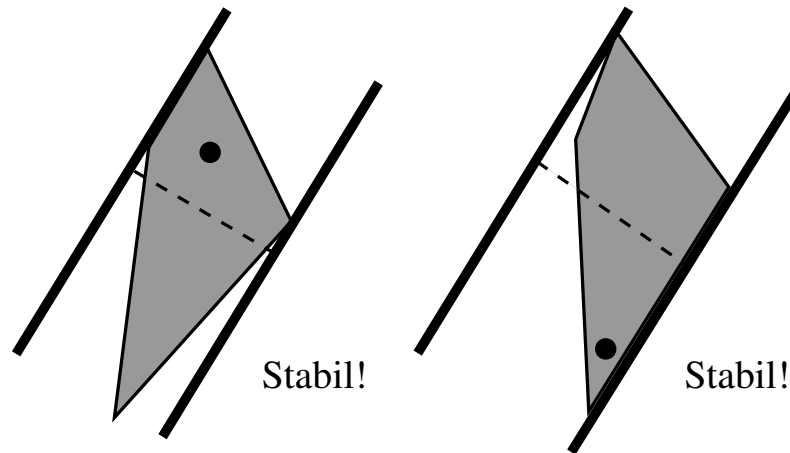
- Diameter Fkt., Greif. Fkt. $O(n)$
- n Intervalle mit Stetigkeit: $O(n)$
- $O(n^2)$ viele s -Intervalle X , sortieren nach $|s(X)|$
- In While Schleife verwenden
- Plan in $O(i)$, $i \in O(n^2)$
- Dominiert durch $O(n^2 \log n)$
- Länge des Plans in $O(n^2)$

Unrealistische Annahme!



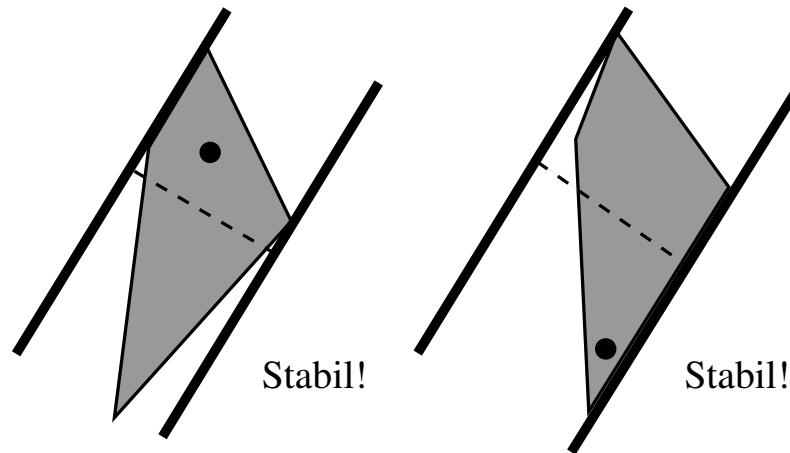
Unrealistische Annahme!

- Praxis Massenschwerpunkt beeinflusst das Ergebnis



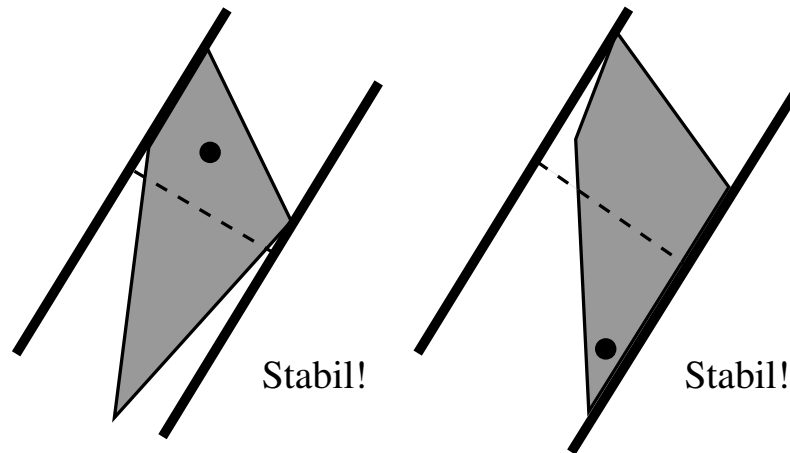
Unrealistische Annahme!

- Praxis Massenschwerpunkt beeinflusst das Ergebnis
- Eine Backe trifft zuerst



Unrealistische Annahme!

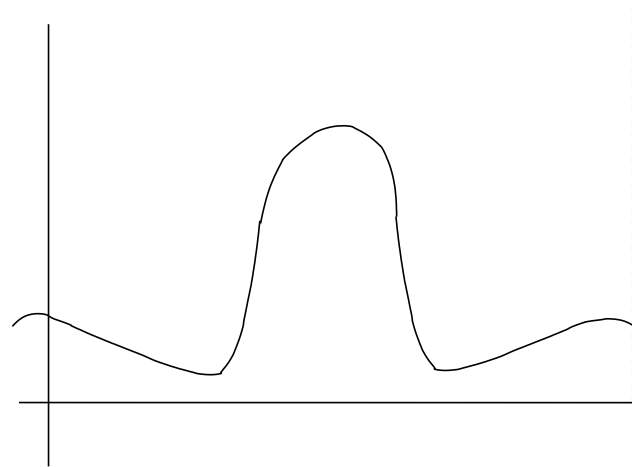
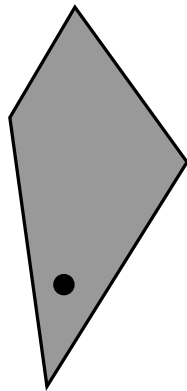
- Praxis Massenschwerpunkt beeinflusst das Ergebnis
- Eine Backe trifft zuerst
- Festlegen welche!



Radius-Funktion

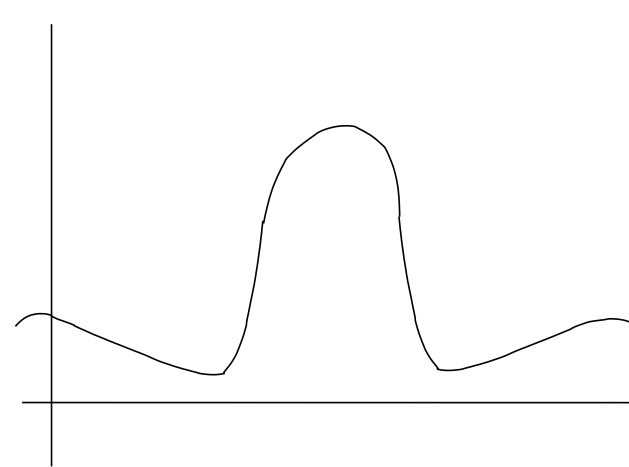
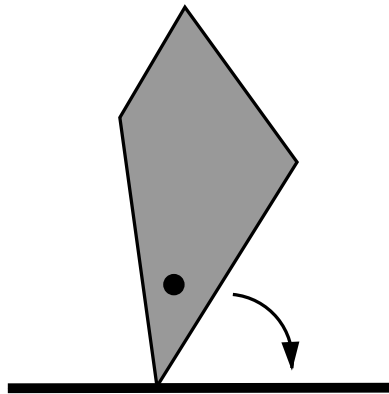
Radius-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst



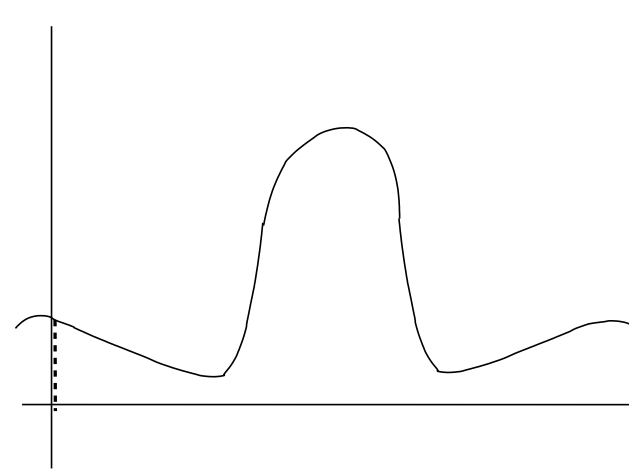
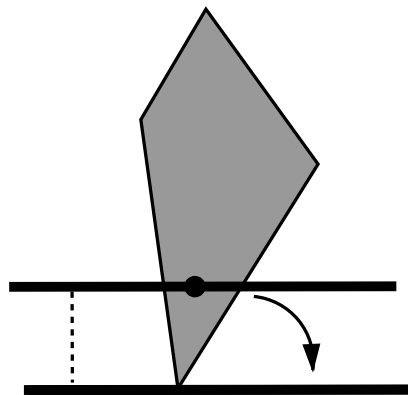
Radius-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst
- Massenschwerpunkt und ausgewählte Backe



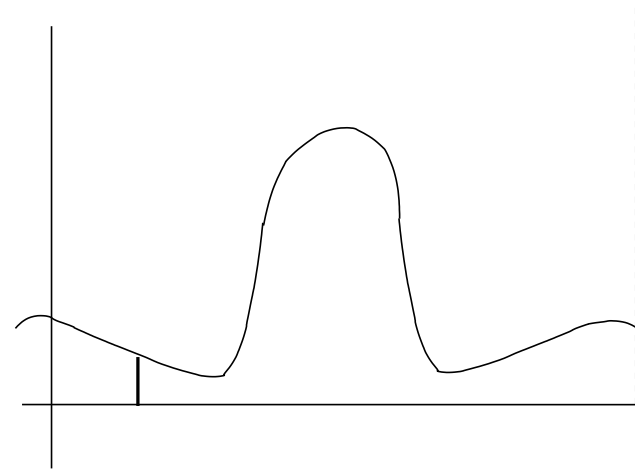
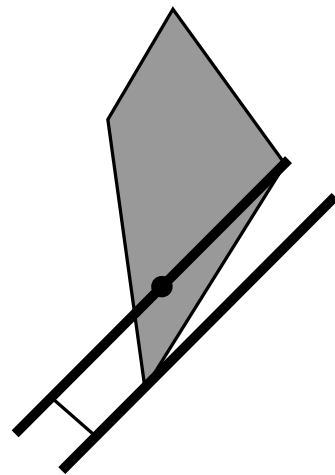
Radius-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst
- Massenschwerpunkt und ausgewählte Backe
- Funktion mit Winkel α
- Massenschwerpunkt und Backe



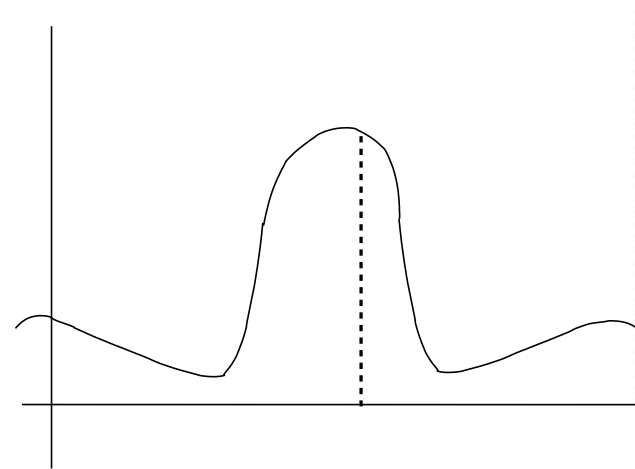
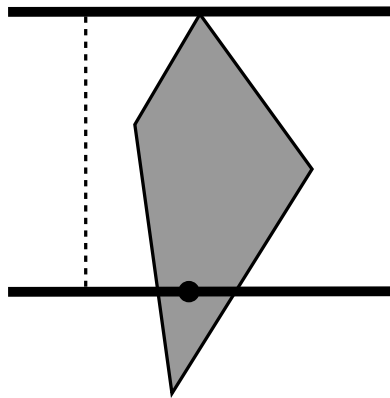
Radius-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst
- Massenschwerpunkt und ausgewählte Backe
- Funktion mit Winkel α
- Massenschwerpunkt und Backe

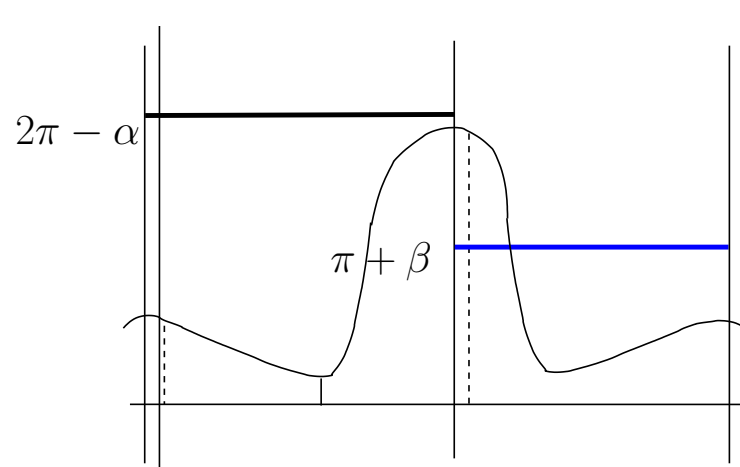
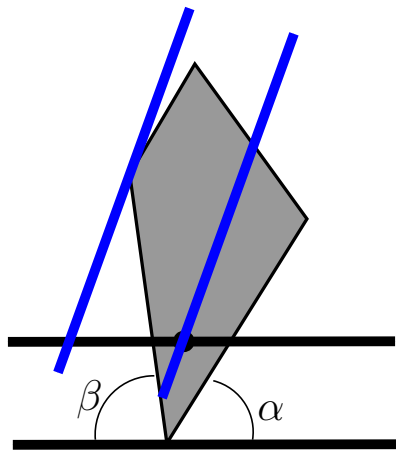


Radius-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst
- Massenschwerpunkt und ausgewählte Backe
- Funktion mit Winkel α
- Massenschwerpunkt und Backe

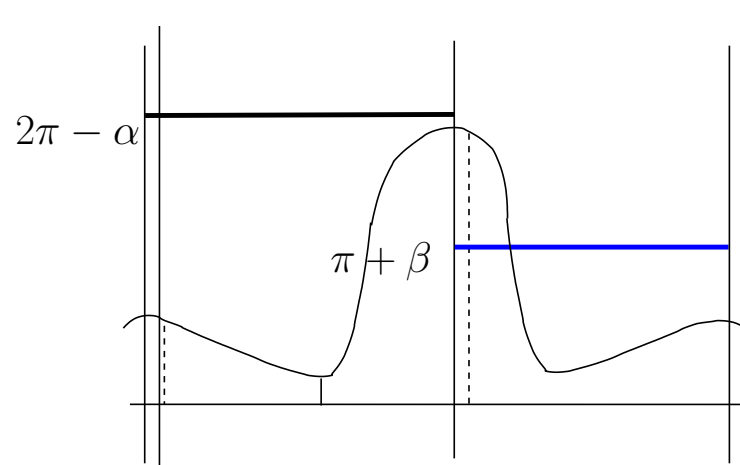
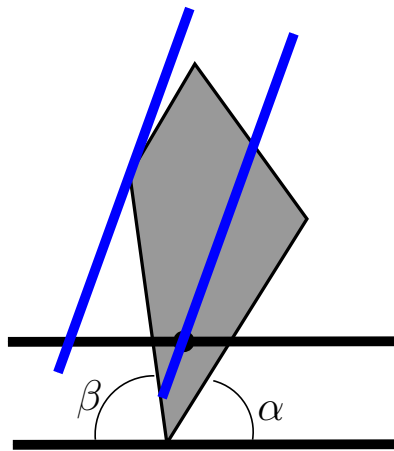


Push-Funktion



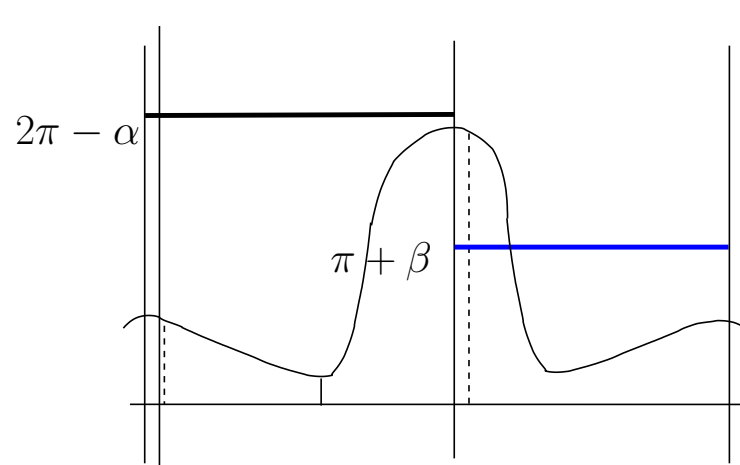
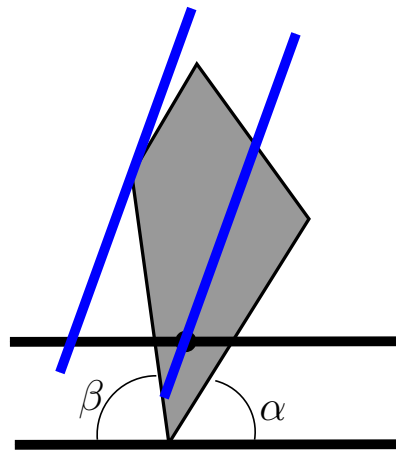
Push-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst



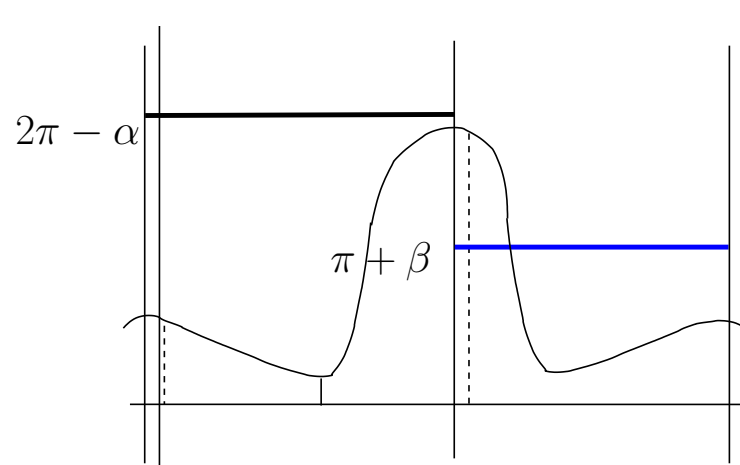
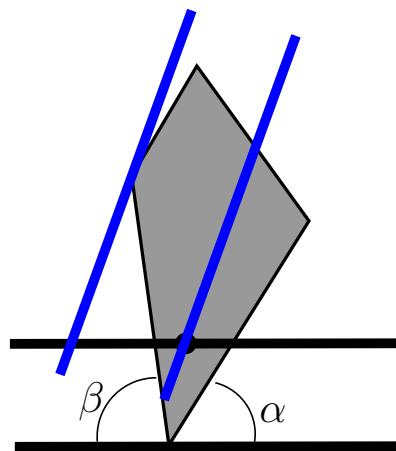
Push-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst
- Treppenfkt.: Zwischen zwei Maxima auf ein Minima



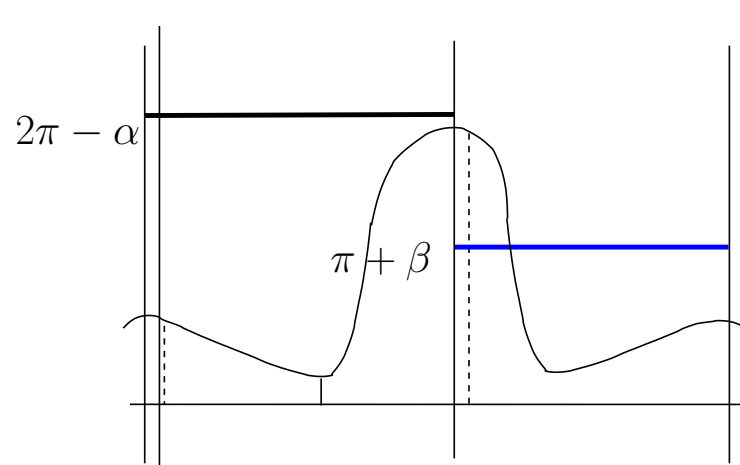
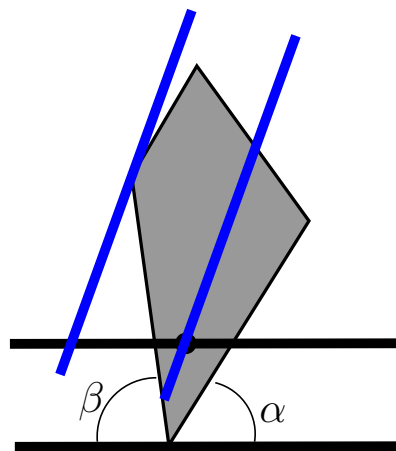
Push-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst
- Treppenfkt.: Zwischen zwei Maxima auf ein Minima
- Funktion bezüglich Backe

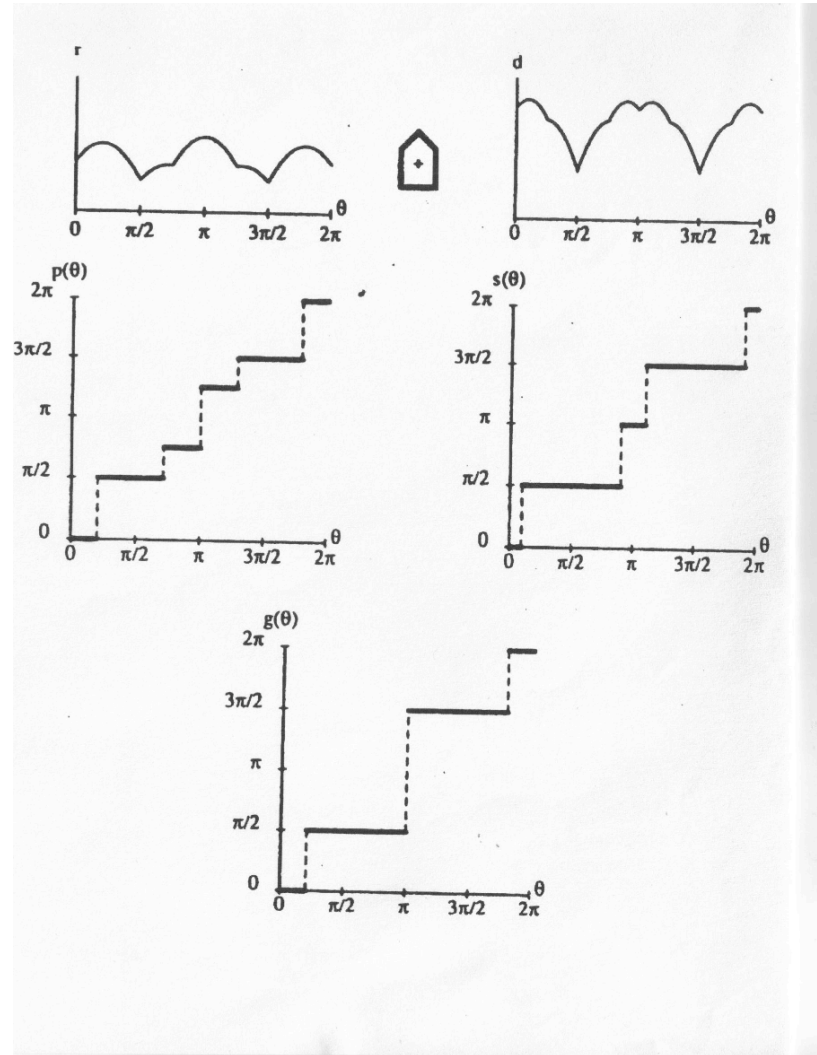


Push-Funktion

- Eine Backe trifft zuerst
- Treppenfkt.: Zwischen zwei Maxima auf ein Minima
- Funktion bezüglich Backe
- Genau wie Squeeze Funktion

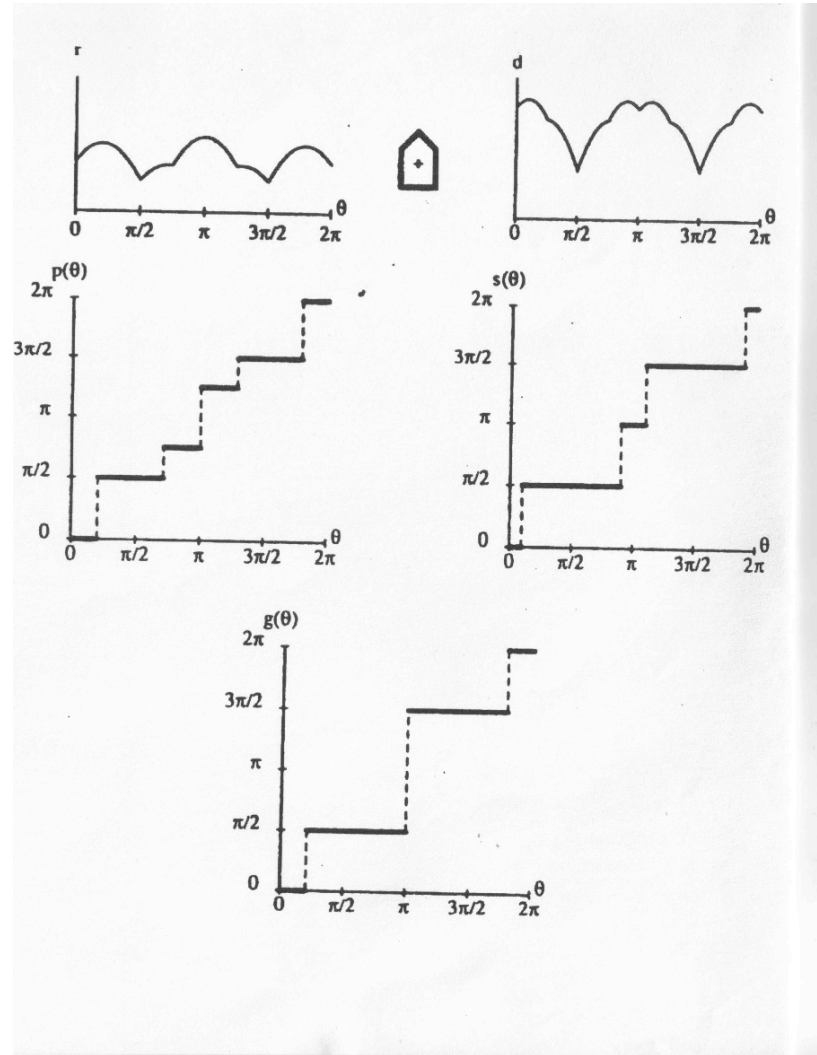


Realistische Pläne



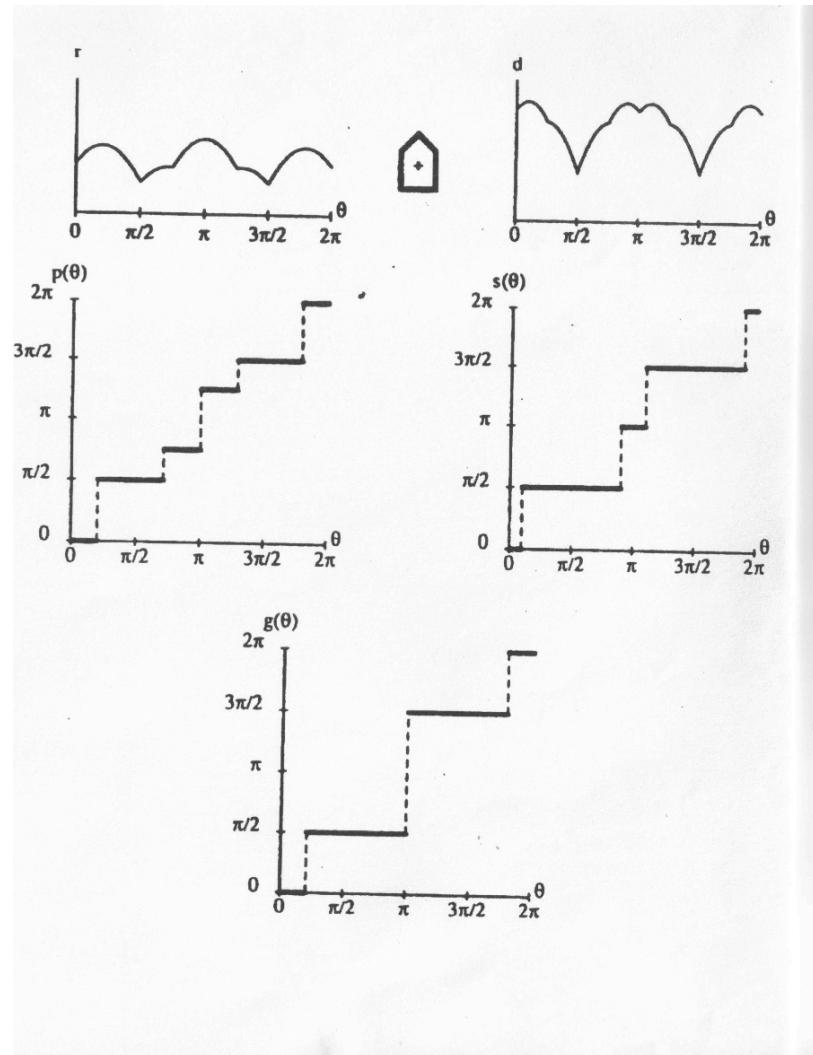
Realistische Pläne

- Zuerst eine Push-Operation



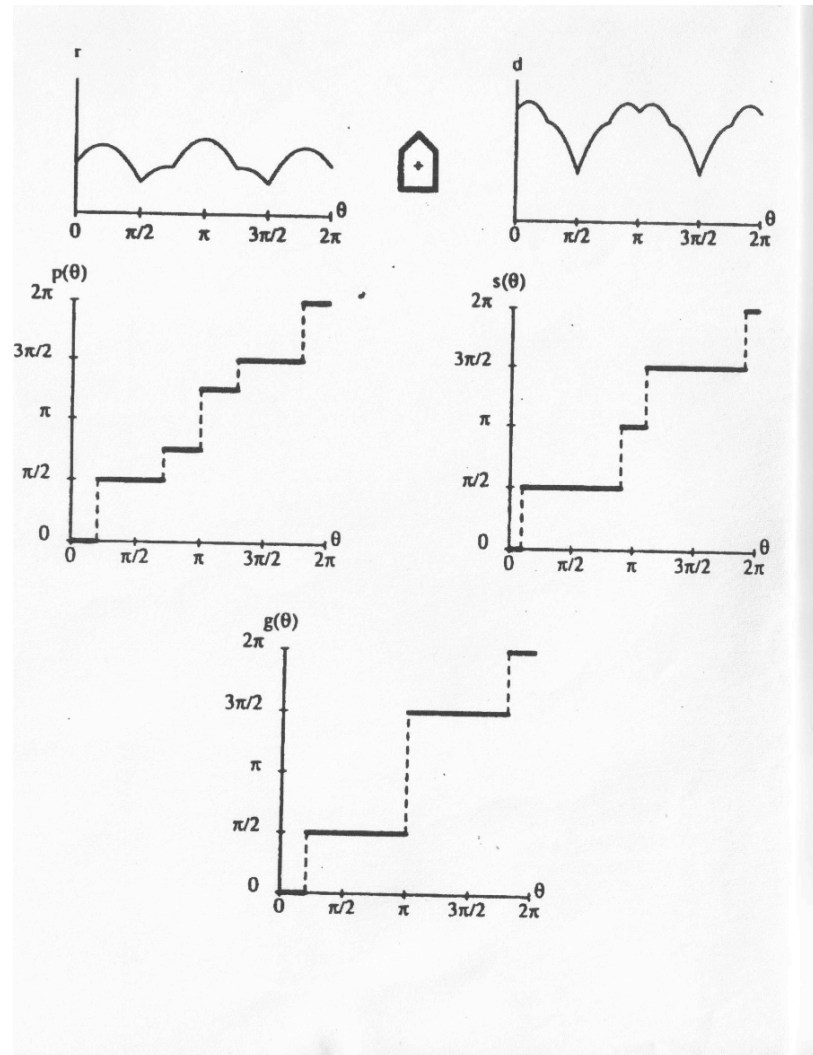
Realistische Pläne

- Zuerst eine Push-Operation
- Danach eine Greifoperation



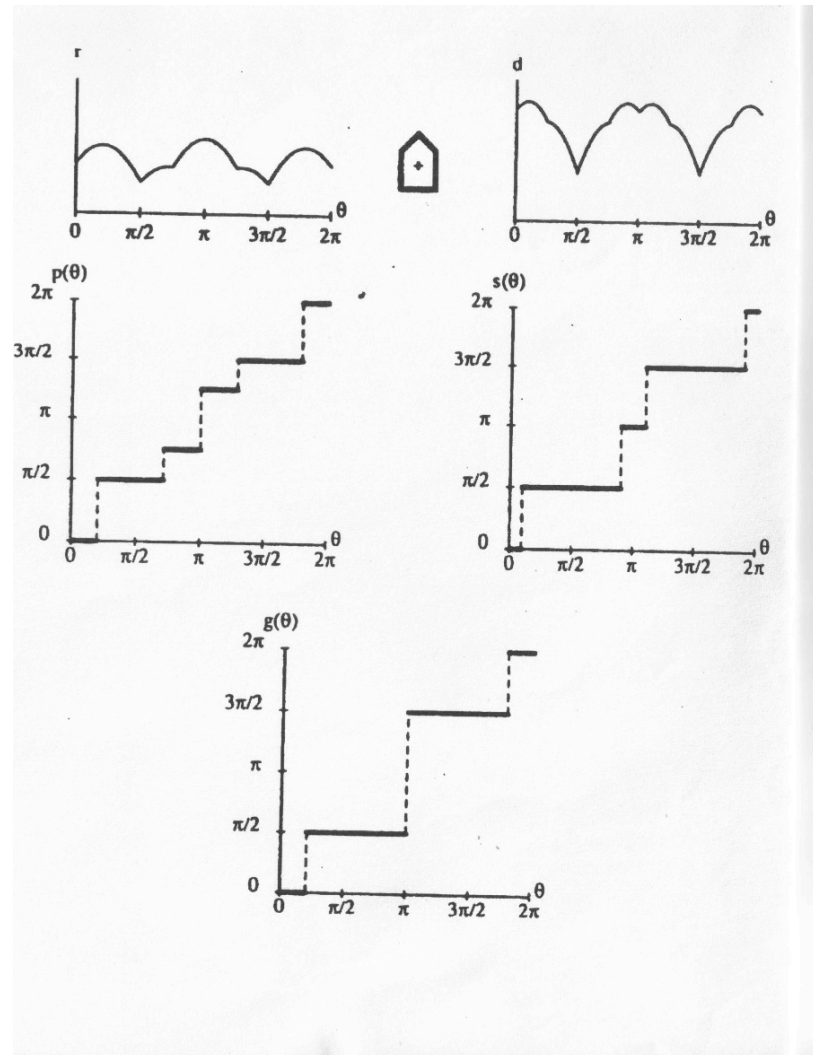
Realistische Pläne

- Zuerst eine Push-Operation
- Danach eine Greifoperation
- Bei Greifoperation somit beide Backen gleichzeitig



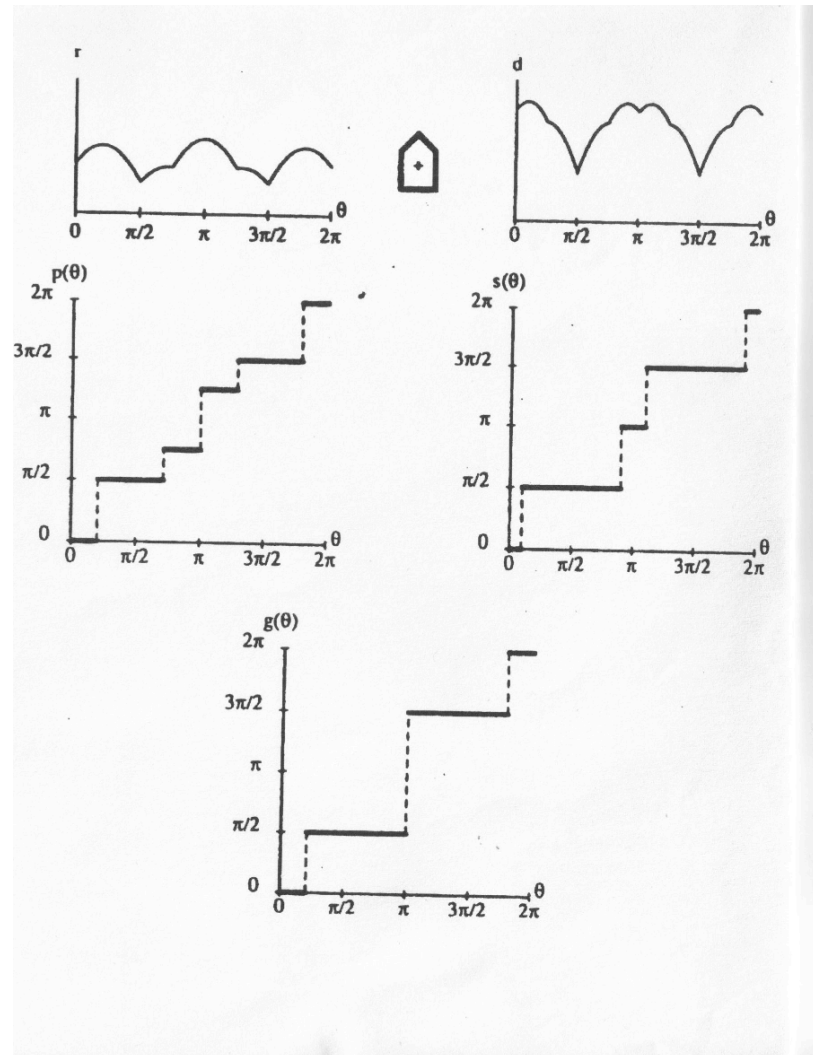
Realistische Pläne

- Zuerst eine Push-Operation
- Danach eine Greifoperation
- Bei Greifoperation somit beide Backen gleichzeitig
- s ist Greiffunktion, p ist Schiebefunktion

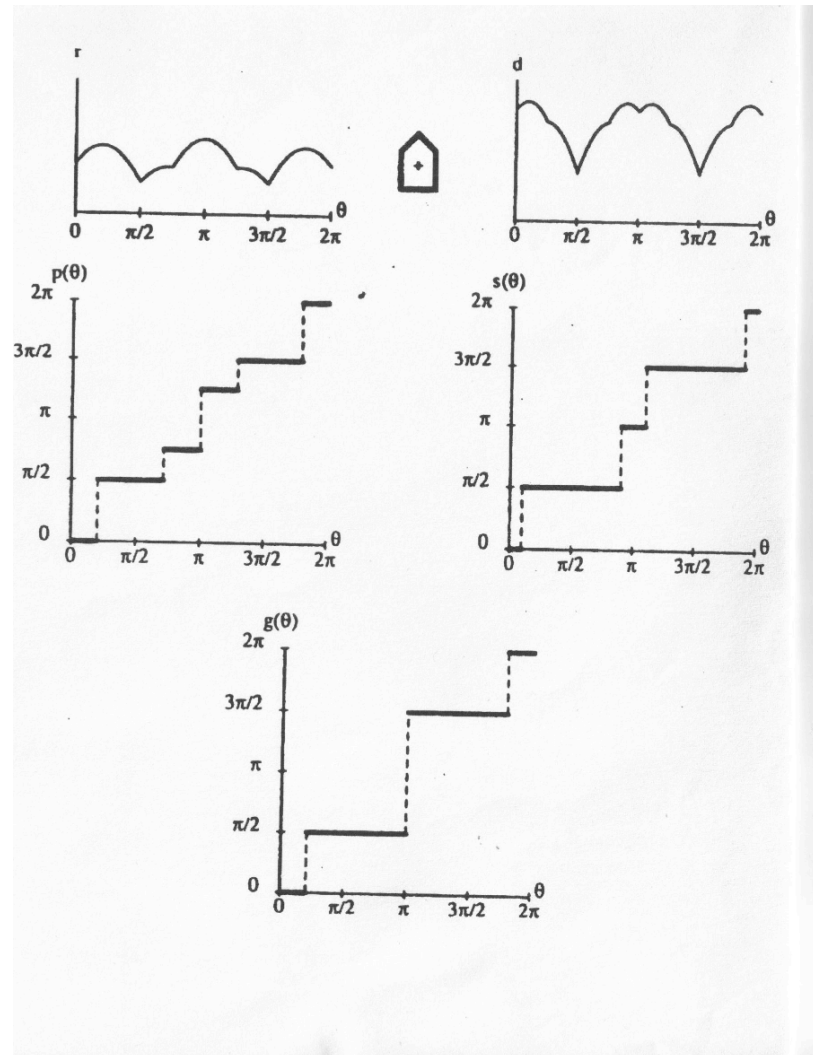
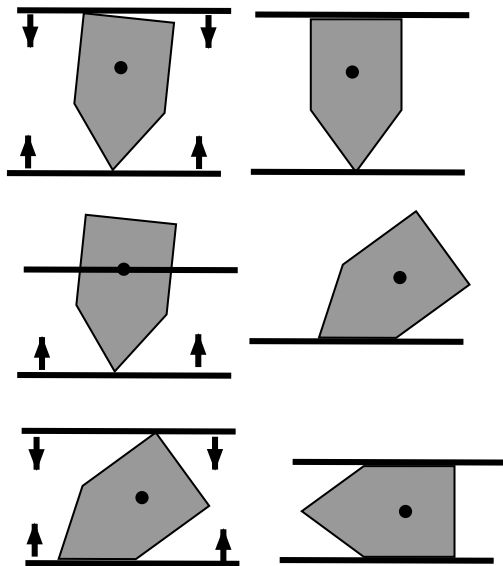


Realistische Pläne

- Zuerst eine Push-Operation
- Danach eine Greifoperation
- Bei Greifoperation somit beide Backen gleichzeitig
- s ist Greiffunktion, p ist Schiebefunktion
- Transferfunktion $g = s \circ p$

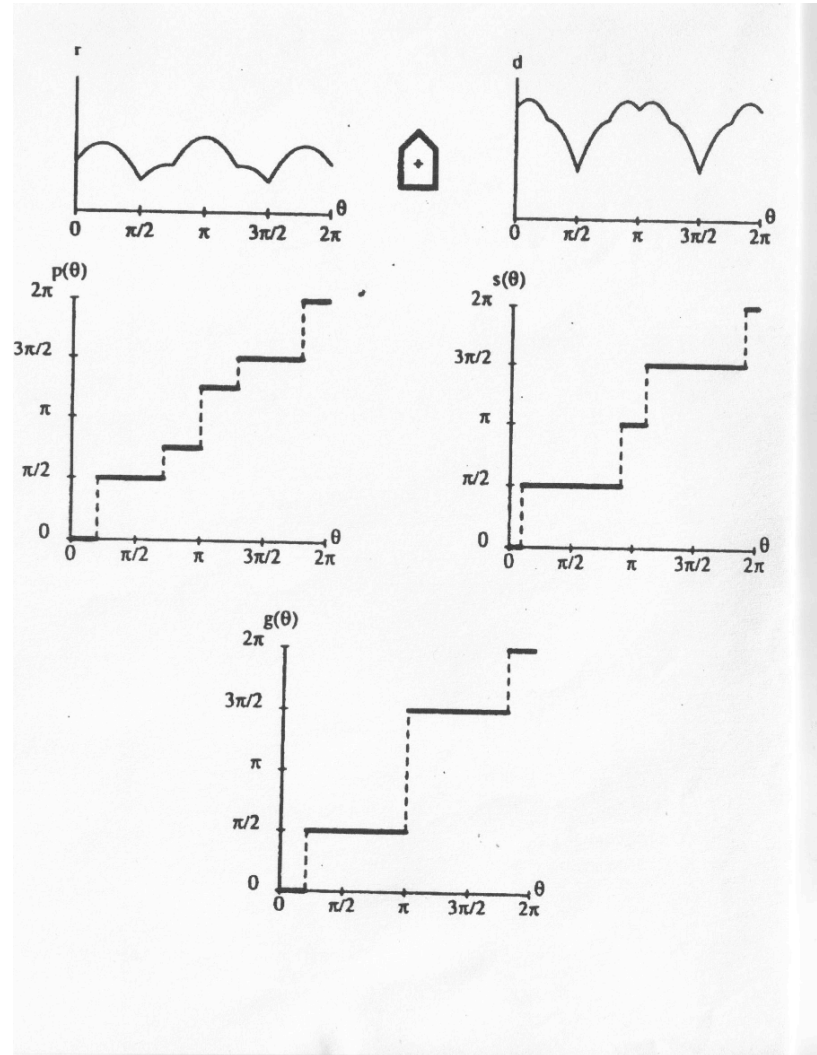
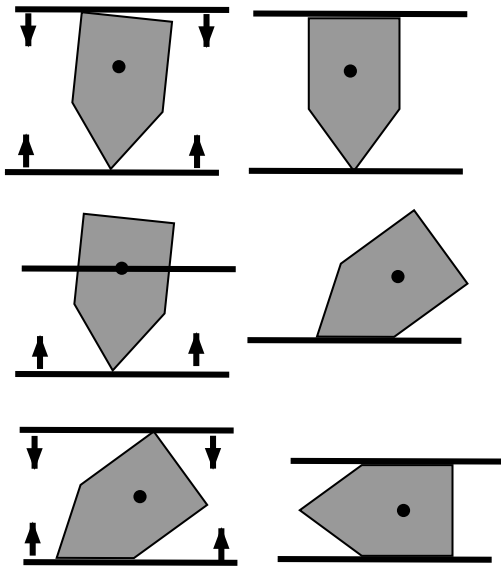


Unterschied!



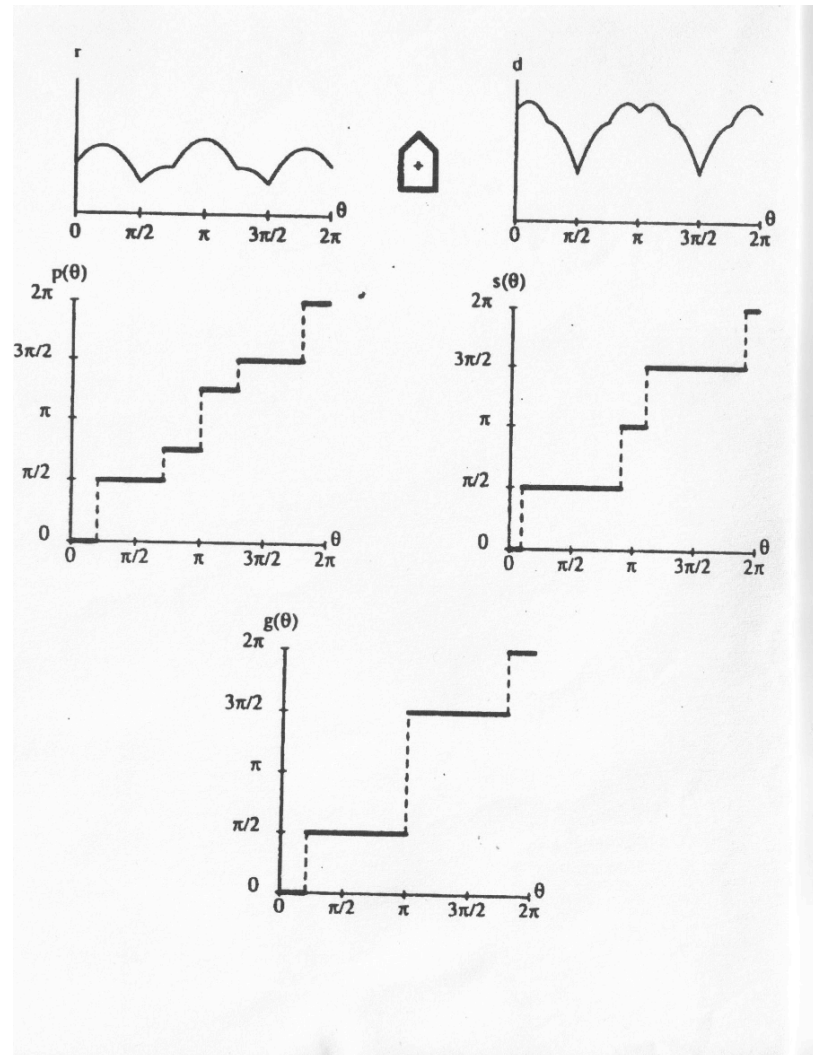
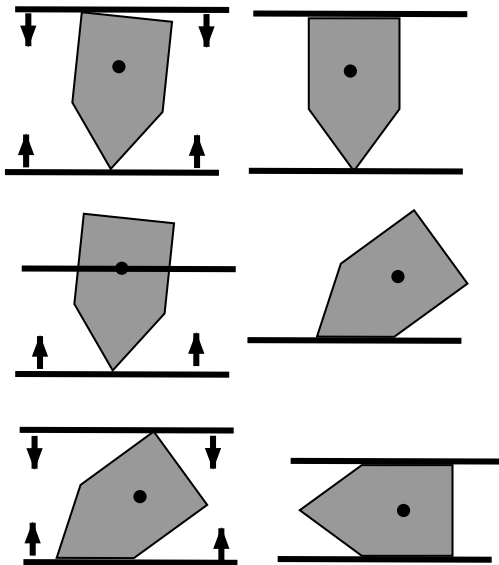
Unterschied!

- Winkel $\pi - \epsilon$



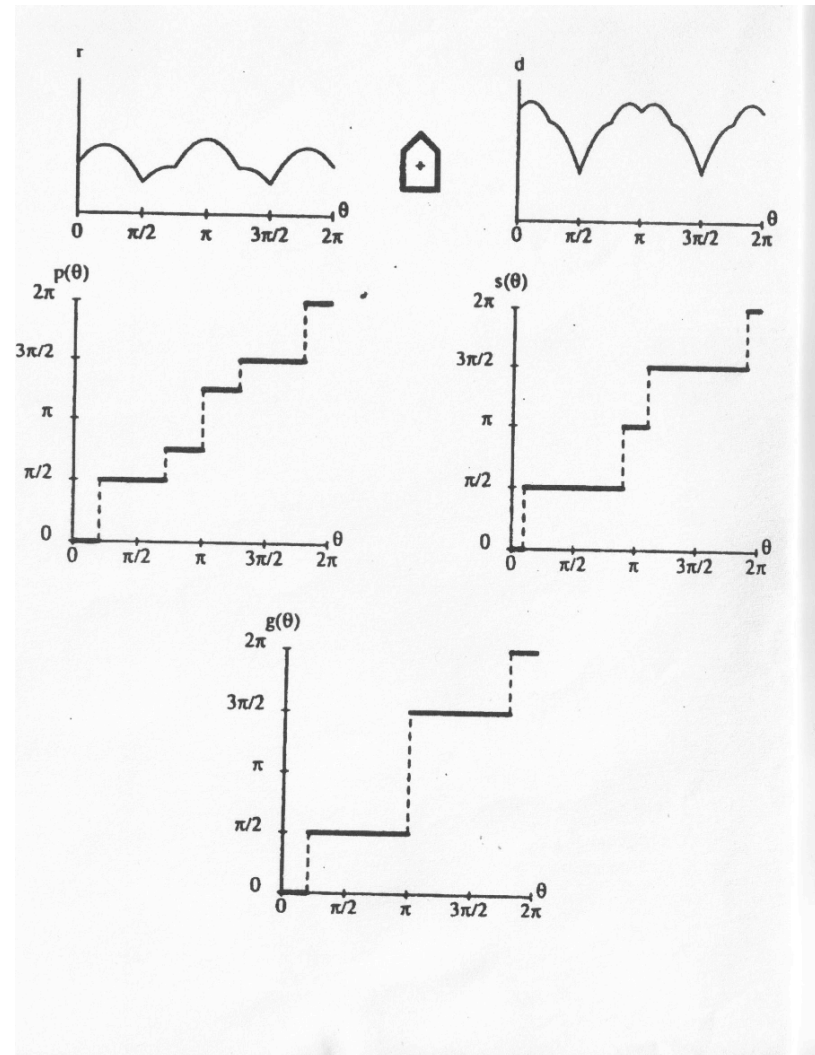
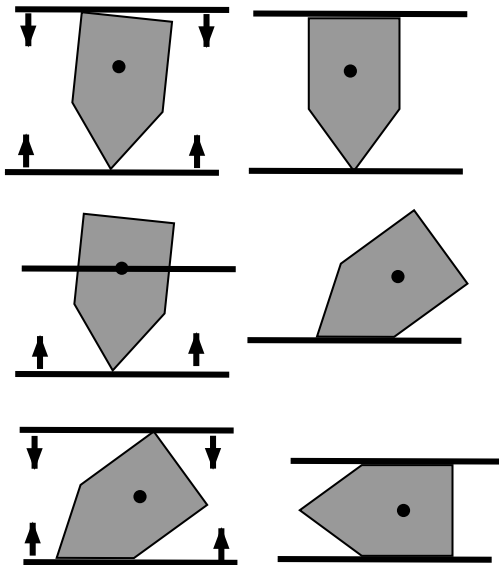
Unterschied!

- Winkel $\pi - \epsilon$
- Greifoperation



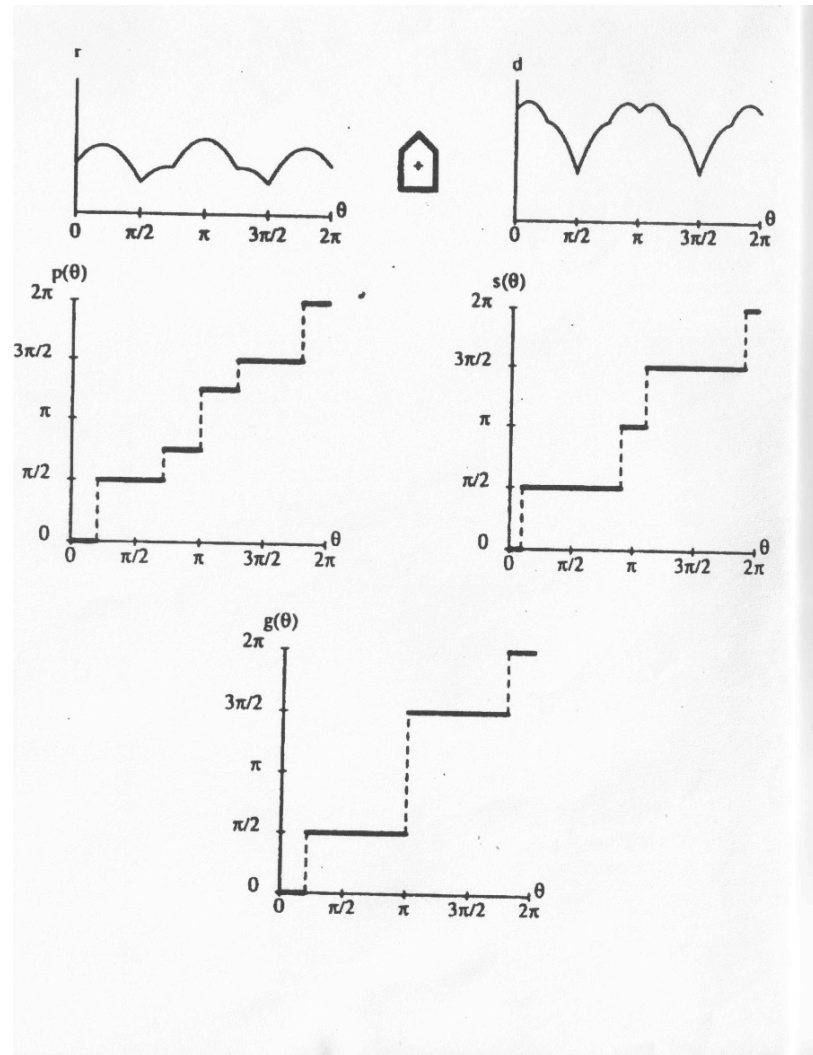
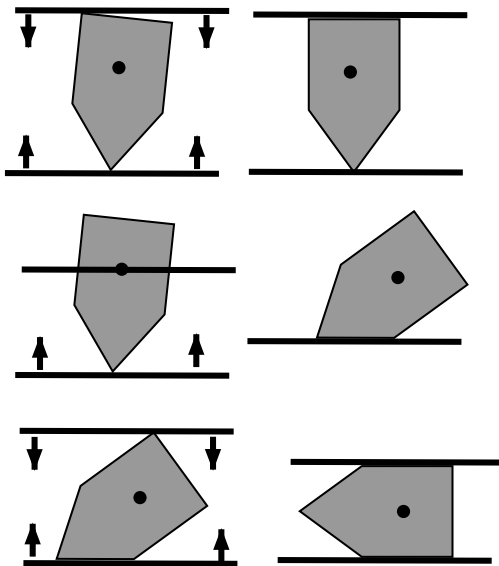
Unterschied!

- Winkel $\pi - \epsilon$
- Greifoperation
- Pushoperation



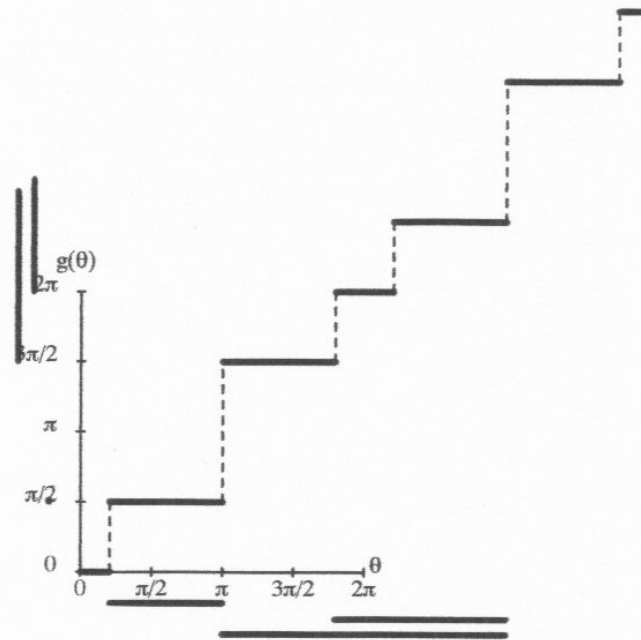
Unterschied!

- Winkel $\pi - \epsilon$
- Greifoperation
- Pushoperation
- Push und Greif.Op



Plan für Transferfunktion

- $\Theta_1 = [\pi/2 - x, \pi)$
- $\Theta_2 = [2\pi - x, 3\pi),$
 $|s(\theta_2)| = \pi/2$
- $\Theta_3 = [\pi, 3\pi),$
 $|s(\theta_3)| = \pi$
- Periode $2\pi!$

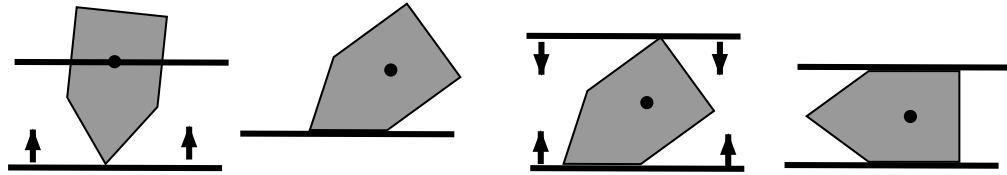


Plan für Transferfunktion

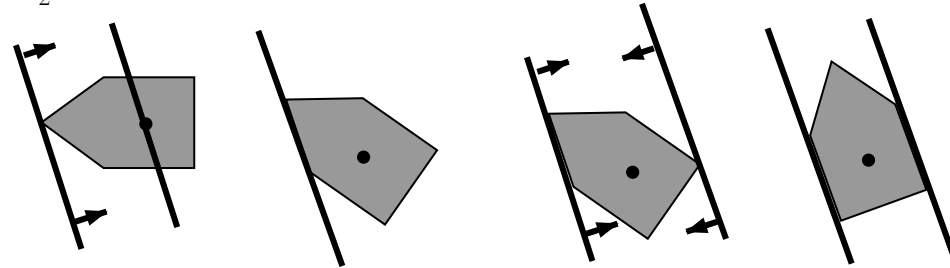
- $\Theta_1 = [\pi/2 - x, \pi)$
- $\Theta_2 = [2\pi - x, 3\pi), |s(\theta_2)| = \pi/2$
- $\Theta_3 = [\pi, 3\pi), |s(\theta_3)| = \pi$
- $\alpha_3 := 0$
- $\alpha_2 = s(\pi) - (2\pi - x) + 0 - x/2 = -\pi/2 + x/2$
- Mod.: $\alpha_2 = (3\pi/2 + x/2) \approx 288^\circ$
- $\alpha_1 = s(2\pi - x) - (\pi/2 - x) + \alpha_2 - x/2 =$
 $3\pi/2 + x + \alpha_2 - x/2 = \pi + x \approx 126^\circ$

Plan für Transferfunktion

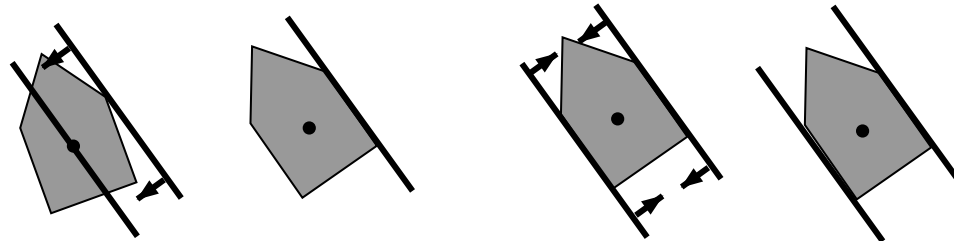
$\alpha_3 = 0$



$\alpha_2 = 288^\circ$



$\alpha_1 = 126^\circ$



- $\alpha_3 := 0$
- $\alpha_2 \approx 288^\circ$
- $\alpha_1 \approx 126^\circ$